Masse und Einheiten:

Strecke	s		
Länge	l	[m]	Meter
Höhe	h		
Zeit	t	[s]	Sekunden
Geschwindigkeit	v	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$ $[ms^{-1}]$	
Masse	m	[kg]	Kilogramm
Kraft	F	[N]	Newton
Dichte	δ	$\left[\frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}\right]$	
Beschleunigung	a (g)	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$	$(g=9{,}81\frac{m}{s^2})$
Arbeit	W	$[Nm]\left[\frac{W}{s}\right][J]$	Newtonmeter,Wattsec oder Joul
Federkonstante	D	[Nm]	
Leistung	P	$\left[\frac{Nm}{s}\right]$ $[W]$ $\left[\frac{J}{s}\right]$	

Haftreibung $F_{HR}=[N]$

Gleitreibung $F_{gleit}=[N]$

Rollreibung $F_{Roll}=[N]$

Abgeleitete SI-Einheiten

Frequenz
Hertz: Hz = 1/s
Kraft
Newton: N = m kg/s^2
Druck, mechan. Spannung
Pascal: Pa = N/m^2 = kg/m s^2
Energie, Arbeit, Wärmemenge
Joule: J = N m = m^2 kg/s^2
Leistung
Watt: W = J/s = m^2 kg/s^3
elektrische Ladung
Coulomb: C = s A
elektrische Spannung
Volt: V = W/A = m^2 kg/s^3 A
Kapazität
Farad: F = C/V = s^4 A^2/m^2 kg
elektrischer Widerstand
Ohm: Omega = V/A = m^2 kg/s^3 A^2
elektr. Leitwert
Siemens: S = A/V = s^3 A^2/m^2 kg
magnetischer Fluß
Weber: Wb = V s = m^2 kg/s^2 A
Magnetische Induktion
Tesla: T = Wb/m^2 = kg/s^2 A
Induktivität
Henry: H = Wb/A = m^2 kg/s^2 A^2
Lichtstrom
Lumen: lm = cd sr
Beleuchtungsstärke
Lux: lx = lm/m^2 = cd sr/m^2
Radioaktivität
Becquerel: Bq = 1/s
Absorbierte (Strahlen-)Dosis
Gray: Gy = J/kg = m^2/s^2

10^{24}	E 24	yotta	Y
10^{21}	E 21	zetta	Z
10^{18}	E 18	exa	E
10^{15}	E 15	peta	P
10^{12}	E 12	tera	T
10^{9}	E 9	giga	G
10^{6}	E 6	mega	M
10^{3}	E 3	kilo	k
10^{2}	E 2	hecto	h
10^{1}	E 1	deca	da
10^{-1}	E -1	deci	d
10^{-2}	E -2	centi	c
10^{-3}	E -3	milli	m
10^{-6}	E -6	micro	µ
10^{-9}	E -9	nano	n
10^{-12}	E-12	pico	p
10^{-15}	E-15	femto	f
10^{-18}	E-18	atto	a
10^{-21}	E-21	zepto	z
10^{-24}	E-24	yocto	y

<u>Länge</u>
Meter: m
<u>Masse</u>
Kilogramm: kg
<u>Zeit</u>
Sekunde: s
<u>elektrische Stromstärke</u>
Ampère: A
<u>thermodynamische Temperatur</u>
Kelvin: K
<u>Substanzmenge</u>
Mol: mol
<u>Lichtstärke</u>
Candela: cd

Dynamische Viskosität

Pascal Sekunde: Pa s = kg/m s

Drehmoment

Newton Meter: N m = m^2 kg/s^2

Oberflächenspannung

Newton pro Meter: N/m = kg/s^2

Wärmeflußdichte

Watt pro Quadratmeter: W/m^2 = kg/s^3

Wärmekapazität, Entropie

Joule pro Kelvin: J/K = m^2 kg/s^2 K

Spezifische Wärmekapazität, spezifische Entropie

Joule pro Kilogramm Kelvin: J/kg K = m^2/s^2 K

Spezifische Energie

Joule pro Kilogramm: J/kg = m^2/s^2

Thermische Leitfähigkeit

Watt pro Meter Kelvin: W/m K = m kg/s^3 K

Energiedichte

Joule pro Kubikmeter: J/m^3 = kg/m s^2

Elektrische Feldstärke

Volt pro Meter: V/m = m kg/s^3 A

Elektrische Ladungsdichte

Coulomb pro Kubikmeter: C/m^3 = s A/m^3

Elektrische Flußdichte

Coulomb pro Quadratmeter: C/m^2 = s A/m^2

Influenz

Farad pro Meter: F/m = s^4 A^2/m^3 kg

Permeabilität

Henry pro Meter: H/m = m kg/s^2 A^2

Molare Energie

Joule pro Mol: J/mol = m^2 kg/s^2 mol

Molare Entropie, molare Wärmekapazität

Joule pro Mol Kelvin: J/mol K = m^2 kg/s^2 K mol

Exposition

Coulomb pro Kilogramm: C/kg = s A/kg

Absorbierte Dosisrate

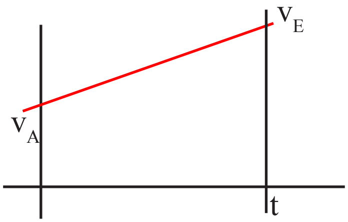
Gray pro Sekunde: Gy/s = m^2/s^3

radial :

$$\boldsymbol{a = \frac{v^2}{r}}$$

mittlere Geschwindigkeit :

$$\frac{s_{total}}{t_{total}} = \frac{t_1 * v_1 + t_2 * v_2 + \ldots}{t_1 + t_2 + \ldots}$$



2 Grundformeln:

$$V_{ende} = V_{anfang} + a * t$$

$$S = V_{anfang} * t + \frac{a * t^2}{2}$$

für den Freien Fall:

$$h = \frac{v * t}{2} = \frac{g * t^2}{2}$$

$$v = g * t$$

$$v = \sqrt{2 * g * t}$$

a	t	v_{Anfang}	v_{Ende}	s
gegeben	gegeben	gegeben	$v_A + a * t$	$v_A * t + \frac{a * t^2}{2}$
gegeben	gegeben	$v_E - a * t$	gegeben	$v_E * t - \frac{a * t^2}{2}$
gegeben	$\frac{v_E - v_A}{a}$	gegeben	gegeben	$\frac{v_E^2 - v_A^2}{2 * a}$
$\frac{v_E - v_A}{t}$	gegeben	gegeben	gegeben	$\frac{v_E + v_A}{2} * t$
gegeben	gegeben	$\frac{s}{t} - \frac{a * t}{2}$	$\frac{s}{t} + \frac{a * t}{2}$	gegeben
gegeben	$\frac{\sqrt{2 * a * s + v_A^2} - v_A}{a}$	gegeben	$\sqrt{2 * a * s + v_A^2}$	gegeben
$\frac{2 * s}{t^2} - \frac{2 * v_A}{t}$	gegeben	gegeben	$\frac{2 * s}{t} - v_A$	gegeben
gegeben	$\frac{v_E - \sqrt{v_E^2 - 2 * a * s}}{a}$	$\sqrt{v_E^2 - 2 * a * s}$	gegeben	gegeben
$\frac{2 * v_E}{t} - \frac{2 * s}{t^2}$	gegeben	$\frac{2 * s}{t} - v_E$	gegeben	gegeben
$\frac{v_E^2 - v_A^2}{2 * s}$	$\frac{2 * s}{v_E + v_A}$	gegeben	gegeben	gegeben

	mechanisch	Elektrisch
Arbeit W [kWh]	$W = F * s$ $W_{kin} = \frac{m * v^2}{2}$ $W_{pot} = m * g * h$ $W_{Feder} = \frac{Federkonst * s^2}{2} = \frac{F * s}{2}$	$W = U * I * t$ $W = \frac{U^2 * t}{R}$ $W = I^2 * R * t$ $W = P * t$ $W = U * Q$ $W_{(ePot)} = F * d = Q * E * d$
Leistung P [W]	$P = \frac{W}{t}$ $P = \frac{F * s}{t}$ $P = F * v$ $P = \frac{m * g * h}{2}$	$P = U * I$ $P = \frac{U^2}{R}$ $P = I^2 * R$ $P = \frac{W}{t}$
Kraft F [N]	$F = G * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$ $F = m * a$ $F = m * \frac{\mathrm{D}v}{\mathrm{D}t}$	$F = \frac{Q_1 * Q_2}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r^2}$ $F_{Elektron} = m * a$
Geschwin- digkeit v [m/s]	siehe Blatt!!!	

	Wärme	Magnetismus
Arbeit W [kWh]	$W = m * c * \mathrm{D}T$	
Leistung P [W]	$P = \frac{W}{t}$	

Die wichtigsten Formeln im Überblick:

$$V=\frac{Ds}{Dt}$$

Achtung: mittlere Geschwindigkeit

$$a=\frac{DV}{Dt}$$

$$\boxed{Ds=\frac{DV*Dt}{2}}$$

$$DV=a*Dt$$

$$\text{Dichte}=\frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}}$$

$$\text{Mittlere Geschwindigkeit}=\frac{V_0+V_1}{2}*Dt$$

$$h=\frac{g*t^2}{2}$$

$$s=v*t$$

$$v=a*t$$

$$s=\frac{a}{2}*t^2$$

$v=\frac{Ds}{Dt}$ Achtung: mittlere Geschwindigkeit

$a=\frac{Dv}{Dt}$

$Ds=\frac{Dv*Dt}{2}=\frac{Dt^2*a}{2}$

$Dt=\sqrt{\frac{2*Ds}{a}}$ nur, wenn V1=0

$Dv=a*Dt$

$Dichte=d=\frac{kg}{m^2}=\frac{Masse}{Volumen}$

Mittlere Geschwindigkeit$=\frac{v_0+v_1}{2}*Dt$

$F=m*a$

$W=\frac{F*s(Strecke)}{2}$ W=F*h(Höhe) W=m*a*s, Nur wenn konstant, bei Feder

$W=\frac{s^2*D}{2}$ =Federenergie, Deformationsenergie

$W_{pot}=m*g*h$ =potentielle Energie(Lageenergie)

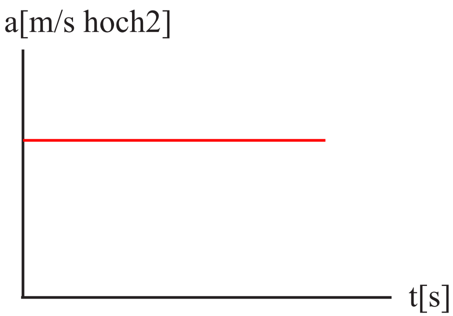
$W_{kin}=\frac{m*v^2}{2}$ =kinetische Energie (Bewegungsenergie)

$W_{pot}=W_{kin}$ (potentielle Arbeit=kinetische Arbeit ,im Ruhezustand)

$P=\frac{W}{t}=\frac{F*s}{t}=F*v$

at, Vt, st Diagramme:

at-Diagramm



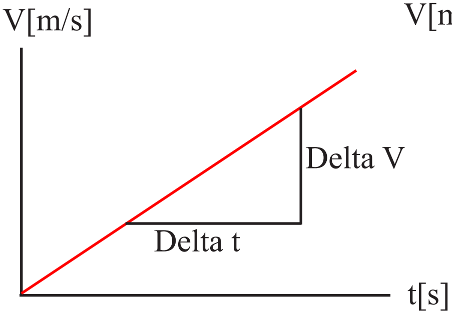
$$Ds = \frac{DV * Dt}{2} \quad = \quad Ds = \frac{V_0 + V_1}{2} * Dt$$

$$a = \frac{DV}{Dt}$$

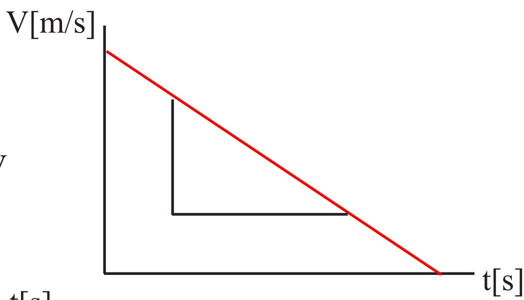
$$DV = a * Dt$$

$$Ds = \frac{V_0 + V_1}{2} * Dt$$

Vt-Diagramm



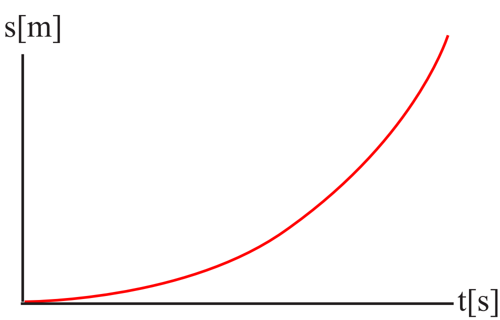
Beschleunigung



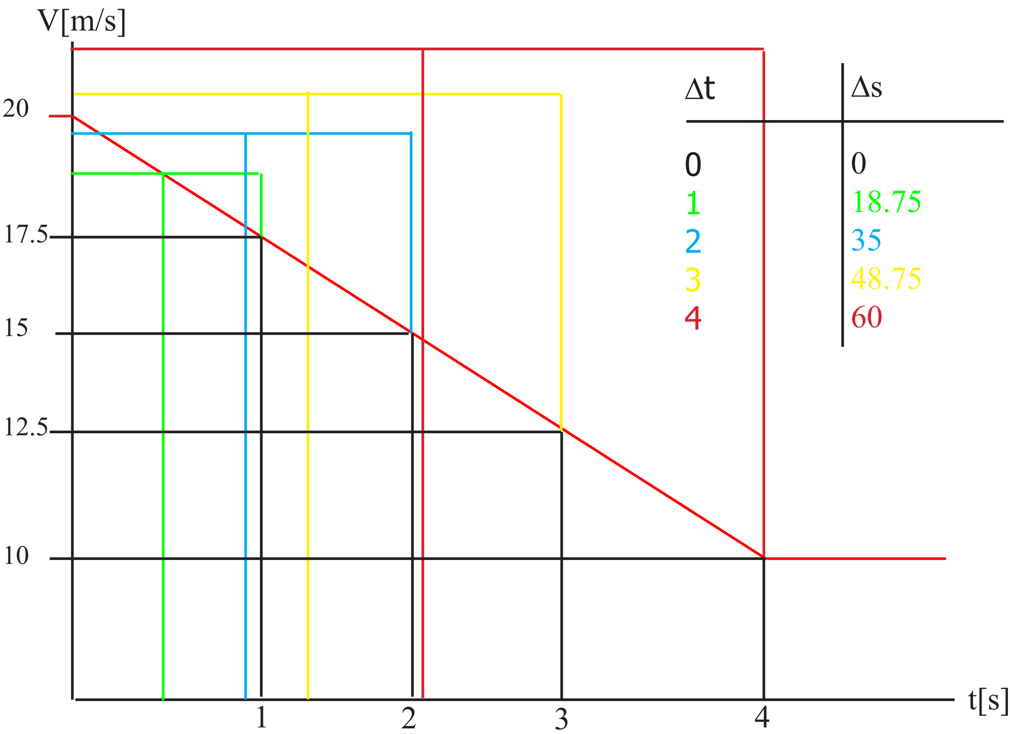
Verzögerung

Die Fläche entspricht der tatsächlich zurückgelegten Distanz.

st-Diagramm



Mittlere Geschwindigkeit:



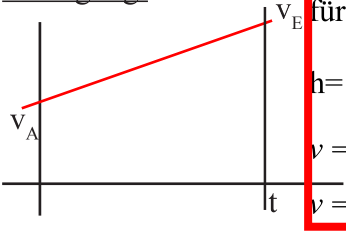
$$a = \frac{10-20}{4} = -2.5\,\frac{m}{s^2} = \text{negative Beschleunigung per sekunde (Abbau)}$$

$$\mathrm{Ds} = \frac{V_0 + V_1}{2} * t = \frac{20+17.5}{2} * 1 = 18.75\ \text{Meter}$$

$$\text{MittlereGeschwindigkeit} = \frac{V_0 + V_1}{2} = \frac{20+15}{2} = 17.5$$

$$\mathrm{Ds} = \text{MittlereGeschwindigkeit} * \text{Zeit}$$

Bewegung:



für den Freien Fall:

$$h = \frac{v*t}{2} = \frac{g*t^2}{2}$$

$$v = g*t$$

$$v = \sqrt{2*g*t}$$

mit diesen 2 Grundformeln errechnet

$$V_{Ende} = V_A + a*t$$

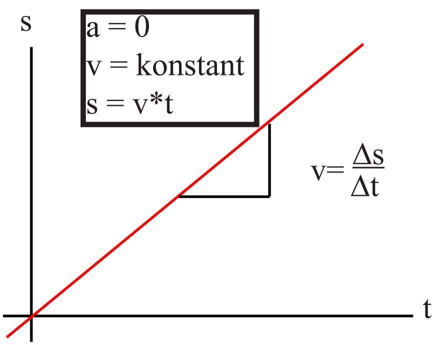
$$s = V_A*t + \frac{a*t^2}{2}$$

a	t	v_{Anfang}	v_{Ende}	s
gegeben	gegeben	gegeben	$v_A + a*t$	$v_A*t + \frac{a*t^2}{2}$
gegeben	gegeben	$v_E - a*t$	gegeben	$v_E*t - \frac{a*t^2}{2}$
gegeben	$\frac{v_E - v_A}{a}$	gegeben	gegeben	$\frac{v_E^2 - v_A^2}{2*a}$
$\frac{v_E - v_A}{t}$	gegeben	gegeben	gegeben	$\frac{v_E + v_A}{2}*t$
gegeben	gegeben	$\frac{s}{t} - \frac{a*t}{2}$	$\frac{s}{t} + \frac{a*t}{2}$	gegeben
gegeben	$\frac{\sqrt{2*a*s+v_A^2} - v_A}{a}$	gegeben	$\sqrt{2*a*s+v_A^2}$	gegeben
$\frac{2*s}{t^2} - \frac{2*v_A}{t}$	gegeben	gegeben	$\frac{2*s}{t} - v_A$	gegeben
gegeben	$\frac{v_E - \sqrt{v_E^2 - 2*a*s}}{a}$	$\sqrt{v_E^2 - 2*a*s}$	gegeben	gegeben
$\frac{2*v_E}{t} - \frac{2*s}{t^2}$	gegeben	$\frac{2*s}{t} - v_E$	gegeben	gegeben
$\frac{v_E^2 - v_A^2}{2*s}$	$\frac{2*s}{v_E + v_A}$	gegeben	gegeben	gegeben

Bewegung:

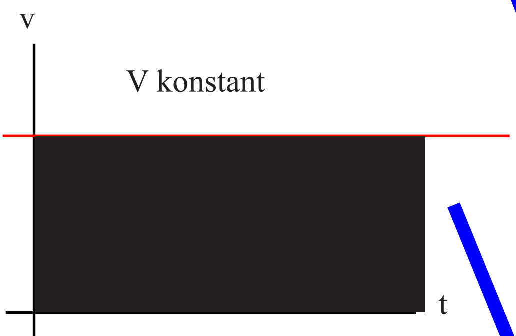
Definition : v = konstant

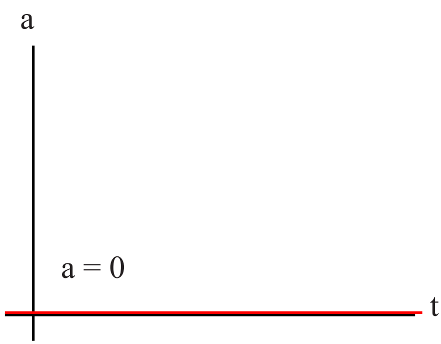
gleichförmige Bewegung



$a = 0$
$v = konstant$
$s = v*t$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



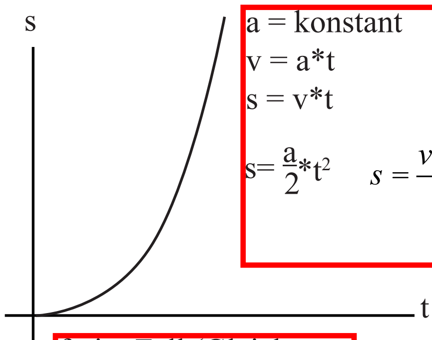


mittlere Geschwindigkeit

$$\frac{s\ total}{t\ total} = \frac{t_1 * v_1 + t_2 * v_2\ .....}{t_1 + t_2\ ......}$$

Definition : a = konstant

gleichmässig beschleunigte Bewegung



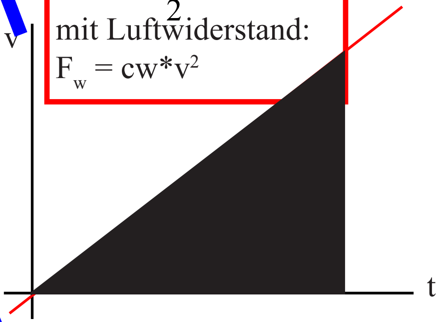
$a = konstant$
$v = a*t$
$s = v*t$

$$s = \frac{a}{2} * t^2 \qquad s = \frac{v*t}{2}$$

freier Fall (Gleichm. beschleunigte Bew.):
$v = g*t$

$$Höhe = \frac{g}{2} * t^2$$

mit Luftwiderstand:
$F_w = cw*v^2$



MitAnfangsgeschwindigkeit

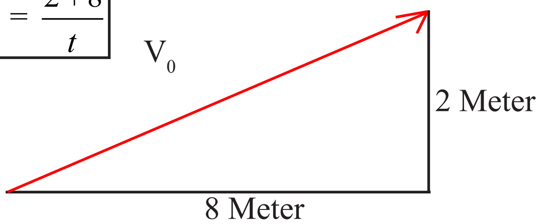
$V_{Ende} = V_A + a*t$

$$s = V_A * t + \frac{a*t^2}{2} \qquad Höhe = \frac{g}{2} * t^2$$

Allgemeines zu v und a:

a = Geschwindigkeitsänderungsrate
v = Ortsänderungsrate

$$\boxed{v_0 = \frac{s}{t} = \frac{2+8}{t}}$$



Der freie Fall:

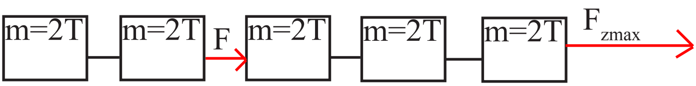
für den Freien Fall gilt, falls keine Anfangsgeschwindigkeit oder sonstige Einwirkungen:

$$v = \sqrt{2*g*h} = g*t$$

$$v = \frac{2*s}{t}$$

$$h = \frac{g*t^2}{2} = \frac{v*t}{2}$$

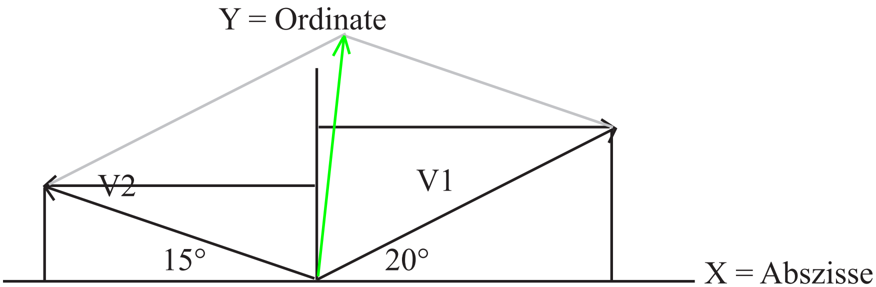
Beispiel Lokomotive:

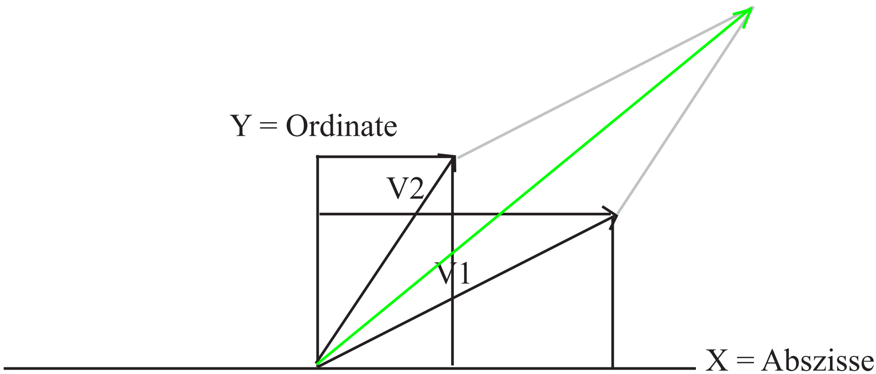


$$F = 2*2T*a$$

$$F_{z\max} = 5*2T*a$$

polar-Kordinatentransformation:





Liefert dasselbe Resultat wie wenn man über das Kräftpareallelogramm rechnet

$$\begin{array}{ll} V_{1X} & V_{1Y} \\ +V_{2X} & V_{2Y} \\ \hline V_{result.y} & V_{result.x} \end{array}$$

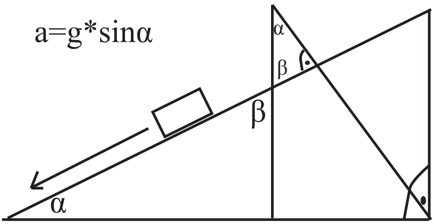
TR:

Um die Kordinaten zu errechnen
[5,<60°]   [Länge des Vectors, Winkel in Grad]

Um länge und Winkel des Vectors zu errechenen
[x,y]►polar   [x Kordinate,y Kordinate]

Haftreibung, Gleitreibung und Berechnungen in der schiefen Ebene:

$a=g*\sin\alpha$



Es gilt für Gleitreibung:

$|F_R| = m_g * |F_n|$

Es gilt für die Haftreibung:

Die maximale Haftreibung beträgt:

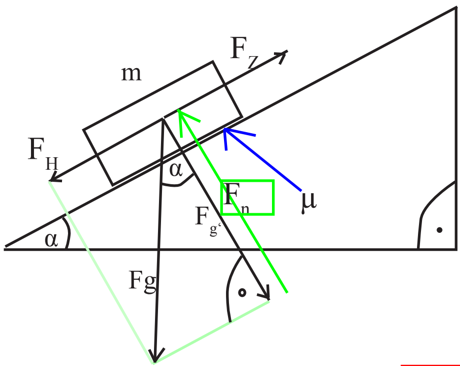
$|F_{R,max}| = m_h * |F_n|$

Fz = Fr + Fh
Fz = μ * Fn

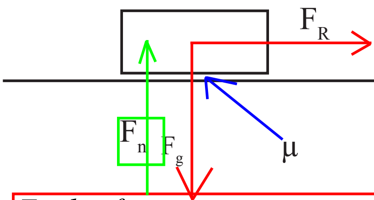
und für $|F| < |F_{R,max}|$

$|F_R| = |F|$

$\tan(\mu)^{-1} = \alpha$ stillstand
$\tan(\mu)^{-1} < \alpha$ beschleunig
$\tan(\mu)^{-1} > \alpha$ verlangsam



Reibungskräfte sind immer gegen die Bewegungskräfte!



$F_R = \mu * F_N$

F_N drückt immer gegen den Gegenstand.
F_r immer gegen die Bewegungsrichtung.

Zugkraft :

$$F_Z = m * F_N + F_H \quad oder \quad F_Z = \frac{m * F_N * h}{l}$$

Bei Beschleunigung immer mit Gleitreibung rechnen.

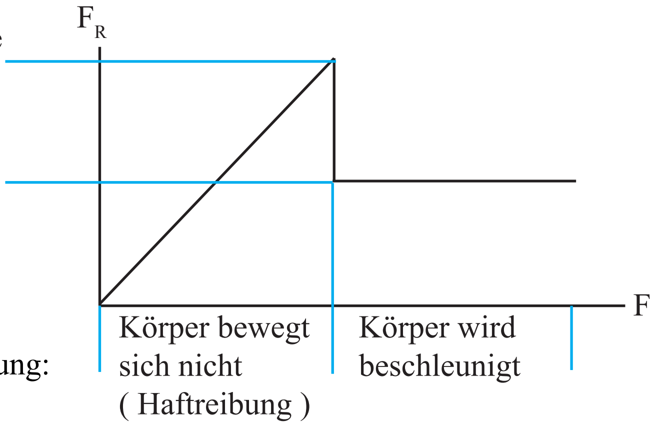
gleichförmigesRutschen : (*Geschwindigkeit*(*v*) = *kons* tan *t*)

$$F_R = F$$

$$F_R = m * g * \sin a \quad = \quad m_G * m * g * \cos\alpha$$

Bedingung für gleichförmiges Rutschen : (*Geschwindigkeit*(*v*) = *kons* tan *t*)

$$m_G = \frac{\sin a}{\cos a} = \tan\alpha$$



Es gibt drei Sorten von Reibung:

- Haftreibung F_H
- Gleitreibung F_G
- Rollreibung F_R

mit Luftwiderstand:
$F_w = cw*v^2$

Ein Körper beginnt zu rutschen, wenn:

$$|F| \geq |F_{R\,max}|$$

$$m*g*\sin\alpha = \mu_g * m * g * \cos\alpha$$

$W_{reib} = F_R * s$ s=Weg in Meter

Bei Bewegung:
$W_{reib} = W_{kin}$

Bedingung für gleichmassiges Rutschen:

$$\mu_g = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

Körper ist im Gleichgewicht, solange:

$$|F_R| = |F|$$

Grenzbedingung für Haftreibung:

$$\mu_H = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

Die maximale Haftreibung:

$$|F_{R\,max}| = \mu_H * |F_N|$$

α=Steigungswinkel
μ_g=Gleitreibungszahl
μ_h=Haftreibungszahl
Fg=Gewichtskraft
F_Z=Zugkraft
F_R=Reibkraft
F_H=Hangabgleitkraft
F_N=Normalkraft (senkrecht zur Unterlage)

Newton-Axiom (Behauptung):

1. Trägheitsprinzip

Fres = 0 v= konstant

Bsp. -schnelles ziehen WC Papier

-Autoaufprall / beschleunigung

2. Aktionsprinzip

Fres = Masse*Beschleunigung,

$$\boxed{F = m*a \qquad F_{1,2} = F_{2,1} = G*\frac{m_1*m_2}{r^2}}$$

$G = 6.673 * 10^{-11}$

1 Newton = 1N = 1Kg ms^{-2}

3. Wechselwirkungsprinzip

$F_{1,2} = -F_{2,1}$

actio = reactio

Bsp. -Rakete (Rückstossprinzip)

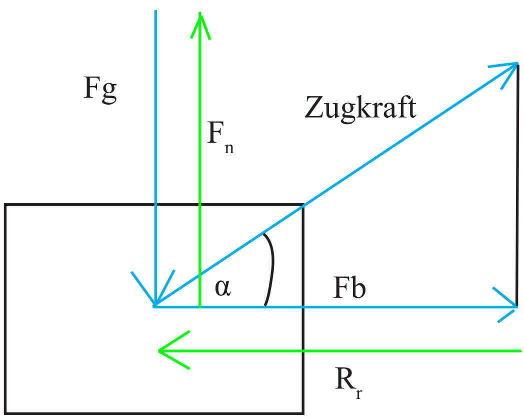
-Boot, das Last abwirft

-freie Fallbeschleunigung mit Fallschirm

Beispiel Lift:

$\uparrow$ (g+a)*m $\qquad$ $\downarrow$ (g-a)*m

Kräfteaufteilung



Kiste wird durch die schräge Zugrichtung in ihrer Gewichtskraft Fg verringert.

Fg=m*a

Fzugy=Zugkraft*sinα

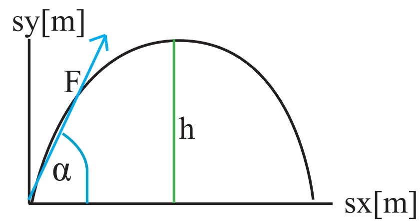
Fnormal=Fg-Fzugy

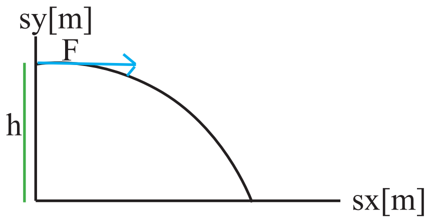
Freibung=μ*Fn

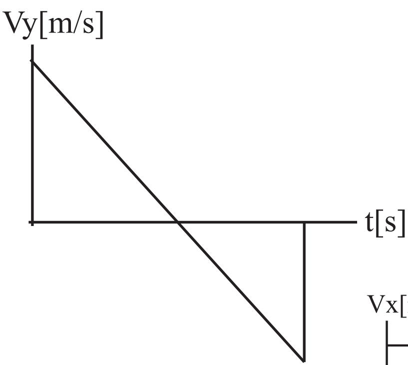
Fzugz=Fzugy*cosα

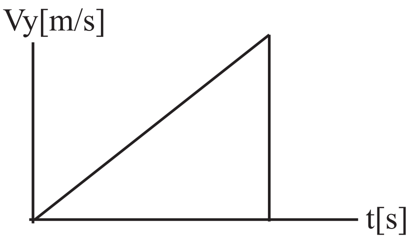
Fb=Fzugz-Freibung

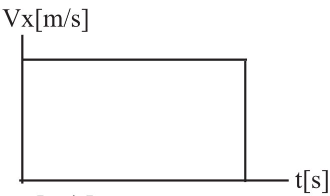
Der schiefe Wurf:











$$V_y = V_{abschuss} * \sin \alpha$$

$$V_x = V_{abschuss} * \cos \alpha$$

$$S_{y,max} = \frac{\Delta V * \Delta t}{2}$$

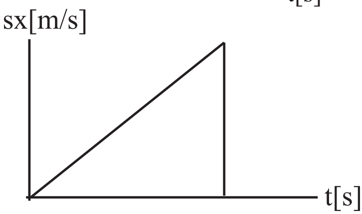
$$\Delta t = \frac{\Delta V}{g}$$

$$F_y = \sin \alpha * |F|$$

$$F_x = \cos \alpha * |F|$$

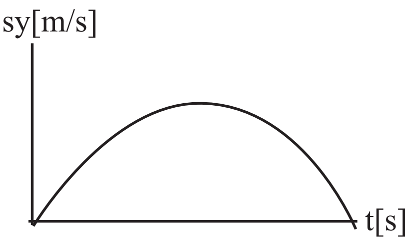
$$s = v_{Anfang} * t + \frac{g}{2} * t^2$$

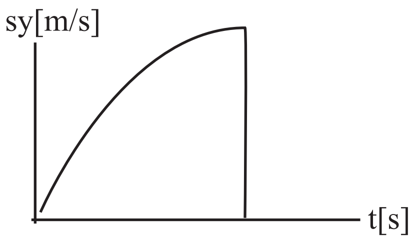
$$H = \frac{(v_{Anfang})^2}{2 * g}$$



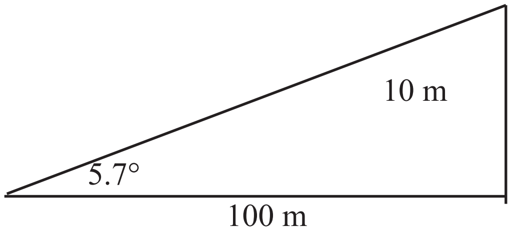
freier Fall $H = \frac{g}{2} * t^2$

Weite beim horz. Wurf $= v * \sqrt{\frac{2*H}{g}}$





Steigung:



10% Steigung = 10 Meter auf 100 Meter
tan(10/100) = tan(0.1) = 5.7°
Winkel von 10% = 5.7°

Rechnen Mit Strömungswiderstand, Dichte und Fläche

$$F_w = CW * \frac{\delta}{2} * A * V^2$$

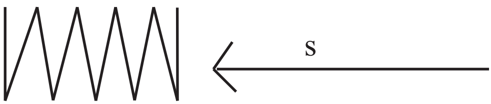
CW = muss angegeben werden

δ= Dichte $\left[\frac{kg}{m^2}\right]$

V^2 = Geschwindigkeit hoch 2

F_w = Strömungswiderstand $[N]$

Feder, oder konstante F zunahme bei Distanz s

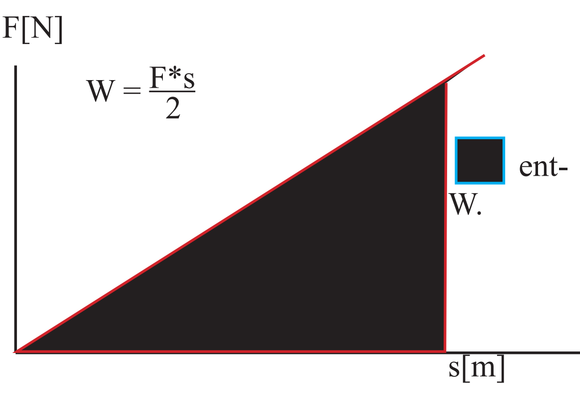


$$s = \frac{DF}{D} = \frac{N}{Nm} = \text{Meter}$$

D = Federkonstante

s=Strecke

DF=Kraft die entsteht



Seriell geschaltete Federn:

F konstant, s (x) variabel (im Verhältnis) $\frac{1}{D_{ges}} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}$

Parallel geschlatete Federn:

F variabel (im Verhältnis), s (x) konstant

$D_{ges} = D_1 + D_2$

Arbeit - Energie - Leistung:

Definition:

Energie = gespeicherter Vorrat an Arbeitsvermögen

unter Energie eines Systems verstehen wir seine Fähigkeit Arbeit zu verrichten

Wenn wir an der zeitlichen Entwicklung eines Systems nicht interessiert sind, so wählen wir den Energiesatz.

Es gilt:
W pot = W kin
Während des Falls lagert sich die pot. Energie in kinetische um.

Einheiten (Energie Arbeit W), (Leistung P):

Joul, J

P = Leistung   Verhältnis der Arbeit zur Arbeitszeit

$$P = \text{mittlere Leistung} = \frac{W}{t} = \frac{\text{Joul}}{\text{Sekunde}} = Js^{-1} = W = \text{Watt}$$

$$1kWh = 1000W * 3600s = 3,6 * 10^6 J = 3,6MJ$$

$$1\text{Kilokalorie(Energie, um 1Kg Wasser } 1° \text{ zu erwärmen)} = 1kcal = 4,185kJ$$

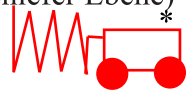
$$1PS = 735,5W$$

Wird eine Kraft mit der Geschwindigkeit v unter dem Winkel α bewegt:

$P=\vec{F}*\vec{v}$

Pot Energie mit Reibung:
h=s   (Auch bei schiefer Ebene)

$$\mu*m*g*s = \frac{s^2 * D}{2}$$



2

Zustand 1 = Zustand 2

$W_{pot} = W_{kin}$ (potentielle Arbeit=kinetische Arbeit , bei Energieverlagerung)

Generell : $W=F*s \quad W=m*g*h$

Bei Ablenkung $W=|\vec{F}|*|\vec{s}|*\cos$ Zwischenwinkel

$$W = \frac{s^2 * D}{2} = W = \frac{F * s(\text{Strecke})}{2}$$ = Federenergie, Deformationsenergie

$$W_{pot} = m * g * \Delta h$$ =potentielle Energie(Lageenergie)

$$W_{kin} = \frac{m * v^2}{2}$$ =kinetische Energie (Bewegungsenergie)

$$P=\frac{W}{t} = \frac{F * s}{t} = F * v$$

Abgeleitete SI-Einheiten

Frequenz
Hertz: Hz = 1/s
Kraft
Newton: $N = m\ kg/s^2$
Druck, mechan. Spannung
Pascal: $Pa = N/m^2 = kg/m\ s^2$
Energie, Arbeit, Wärmemenge
Joule: $J = N\ m = m^2\ kg/s^2$
Leistung
Watt: $W = J/s = m^2\ kg/s^3$
elektrische Ladung
Coulomb: $C = s\ A$
elektrische Spannung
Volt: $V = W/A = m^2\ kg/s^3\ A$
Kapazität
Farad: $F = C/V = s^4\ A^2/m^2\ kg$
elektrischer Widerstand
Ohm: Omega $= V/A = m^2\ kg/s^3\ A^2$
elektr. Leitwert
Siemens: $S = A/V = s^3\ A^2/m^2\ kg$
magnetischer Fluß
Weber: $Wb = V\ s = m^2\ kg/s^2\ A$
Magnetische Induktion
Tesla: $T = Wb/m^2 = kg/s^2\ A$
Induktivität
Henry: $H = Wb/A = m^2\ kg/s^2\ A^2$
Lichtstrom
Lumen: $lm = cd\ sr$
Beleuchtungsstärke
Lux: $lx = lm/m^2 = cd\ sr/m^2$
Radioaktivität
Becquerel: $Bq = 1/s$
Absorbierte (Strahlen-)Dosis
Gray: $Gy = J/kg = m^2/s^2$

10^{24}	E 24	yotta	Y
10^{21}	E 21	zetta	Z
10^{18}	E 18	exa	E
10^{15}	E 15	peta	P
10^{12}	E 12	tera	T
10^{9}	E 9	giga	G
10^{6}	E 6	mega	M
10^{3}	E 3	kilo	k
10^{2}	E 2	hecto	h
10^{1}	E 1	deca	da
10^{-1}	E -1	deci	d
10^{-2}	E -2	centi	c
10^{-3}	E -3	milli	m
10^{-6}	E -6	micro	µ
10^{-9}	E -9	nano	n
10^{-12}	E-12	pico	p
10^{-15}	E-15	femto	f
10^{-18}	E-18	atto	a
10^{-21}	E-21	zepto	z
10^{-24}	E-24	yocto	y

<u>Länge</u>
Meter: m
<u>Masse</u>
Kilogramm: kg
<u>Zeit</u>
Sekunde: s
<u>elektrische Stromstärke</u>
Ampère: A
<u>thermodynamische Temperatur</u>
Kelvin: K
<u>Substanzmenge</u>
Mol: mol
<u>Lichtstärke</u>
Candela: cd

Dynamische Viskosität

Pascal Sekunde: Pa s = kg/m s

Drehmoment

Newton Meter: N m = m^2 kg/s^2

Oberflächenspannung

Newton pro Meter: N/m = kg/s^2

Wärmeflußdichte

Watt pro Quadratmeter: W/m^2 = kg/s^3

Wärmekapazität, Entropie

Joule pro Kelvin: J/K = m^2 kg/s^2 K

Spezifische Wärmekapazität, spezifische Entropie

Joule pro Kilogramm Kelvin: J/kg K = m^2/s^2 K

Spezifische Energie

Joule pro Kilogramm: J/kg = m^2/s^2

Thermische Leitfähigkeit

Watt pro Meter Kelvin: W/m K = m kg/s^3 K

Energiedichte

Joule pro Kubikmeter: J/m^3 = kg/m s^2

Elektrische Feldstärke

Volt pro Meter: V/m = m kg/s^3 A

Elektrische Ladungsdichte

Coulomb pro Kubikmeter: C/m^3 = s A/m^3

Elektrische Flußdichte

Coulomb pro Quadratmeter: C/m^2 = s A/m^2

Influenz

Farad pro Meter: F/m = s^4 A^2/m^3 kg

Permeabilität

Henry pro Meter: H/m = m kg/s^2 A^2

Molare Energie

Joule pro Mol: J/mol = m^2 kg/s^2 mol

Molare Entropie, molare Wärmekapazität

Joule pro Mol Kelvin: J/mol K = m^2 kg/s^2 K mol

Exposition

Coulomb pro Kilogramm: C/kg = s A/kg

Absorbierte Dosisrate

Gray pro Sekunde: Gy/s = m^2/s^3

***radial* :**

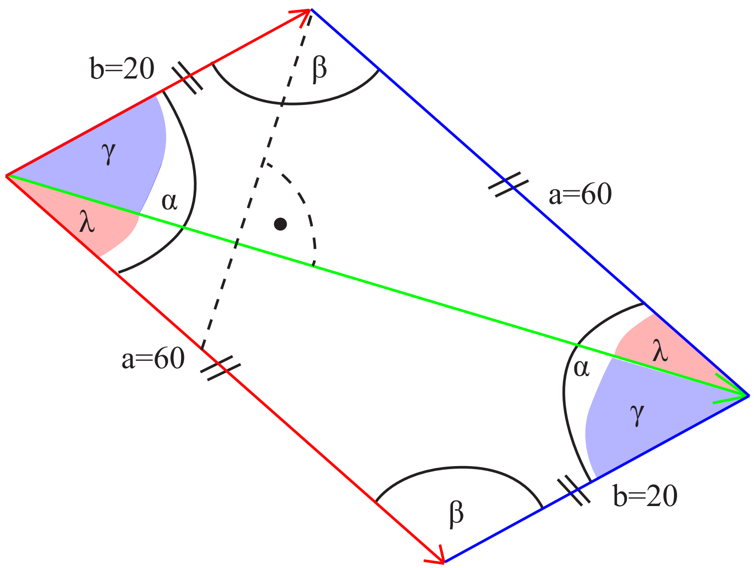
$$\boldsymbol{a = \frac{v^2}{r}}$$

***mittlere Geschwindigkeit* :**

$$\frac{s_{total}}{t_{total}} = \frac{t_1 * v_1 + t_2 * v_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

Kräfteparallelogramm:

Die beiden nicht in gleicher Richtung wirkenden Kräfte teilen sich auf.
Die beiden Kräfte werden parallel veschoben , bis die ein Kräfteparallelogramm bilden.
Die Winkel teilen sich wie ersichtlich auf.
Es ergibt sich die resultierende KRAFT



Drehbewegung, Fliehhkraft, az:

Durchmesser	d, D	$[m]$
Radius	r, R	$[m]$
Umfang	U	$[m]$
Umfangsgeschwindigkeit	V_U	$\left[\frac{m}{s}\right]$
Drehwinkel	′	$[°]$ $[rad]$
Winkelgeschwindigkeit	ω	$\left[\frac{1}{s}\right]$ in rad per sec
Radialbeschleunigung	$a_{r\ oder\ z}$	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
Drehzahl (Anzahl Rotationen per s)	n, f	$\left[\frac{1}{s}\right]\left[\frac{\text{anzahl Rotationen}}{\text{Zeit in s}}\right]$

$$V_U = \frac{s}{t} = \omega * r = f * U$$

$$\omega = \frac{V_U}{r} = 2*\pi*f$$

F zentripedal = F zentrifugal

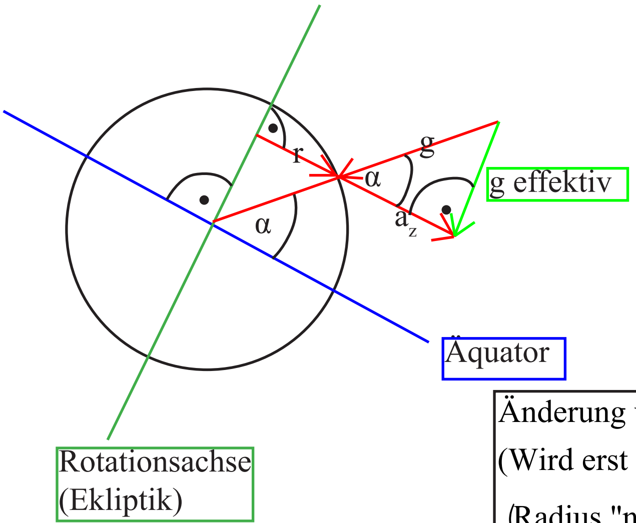
$$a_z = \frac{V^2}{r} = \omega^2 * r$$

$$F_z = m * a_z = \frac{m * V^2}{r} = m * \omega^2 * r$$

$$\text{Strecke} = \text{Zeit}[s] * d * \pi$$

Drehbewegung, Fliehhkraft, az:

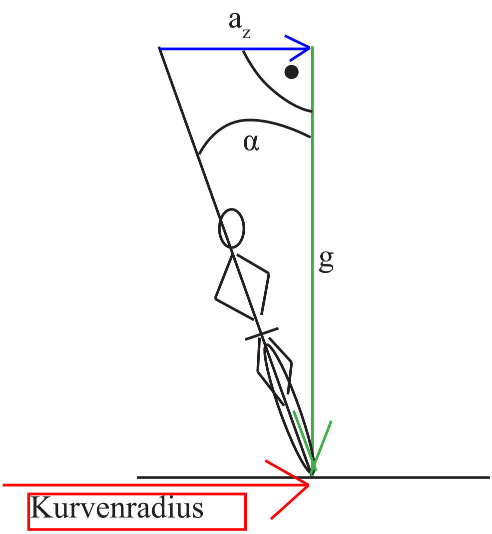
Beispiel Erde:



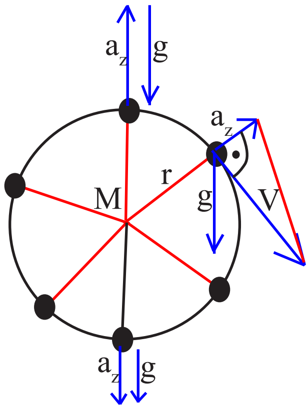
Änderung von g bei unterschiedlicher Höhe:
(Wird erst am Schluss berechnet!!!!!)

$$\frac{(\text{Radius "normal"})^2}{(\text{Radius} + \text{Höhe})^2}$$

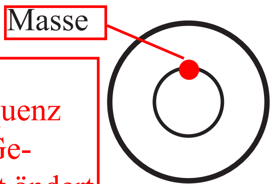
Velofahrer:



Pendel, das schwingt:



Rad:



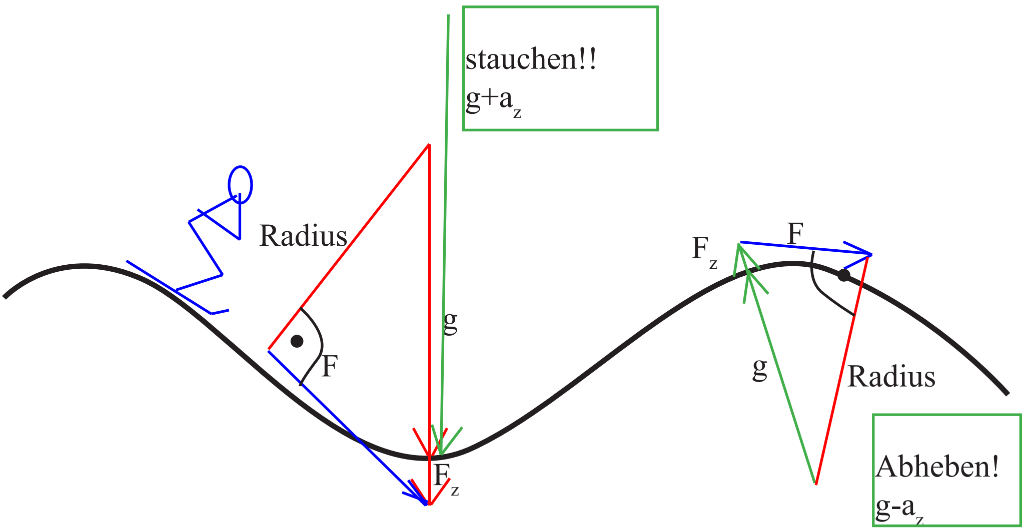
Achtung:
Rotationsfrequenz gleich, aber Geschwindigkeit ändert sich mit dem Radius.

Zuerst Umdrehungen f, n Rad aussen.
(Geschwindigkeit[m/s]/Umfang[m])
Dann V_u =U*Umdrehungen.

Dann $a_z=\frac{v^2}{r}$

F_z=m*az

Skifahrer:



Fläche	A	$[m^2]$	
Dichte	δ	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	
Volumen	V	$[m^3]$	
Zeit	t	$[s]$	
Volumenstrom	$\dot{V}$	$\left[\frac{m^3}{s}\right]$	
Massenstrom	$\dot{m}$	$\left[\frac{kg}{s}\right]$	
Druck	p	$[pa\ (Pascal)]\left[\frac{N}{m^2}\right]$	100pa=1 Hekto Pascal
			100'000pa = 1 Bar
Arbeit	W	$[N]$	

Hydraulische Arbeitsleisung:

Kontinuitätsgesetz:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

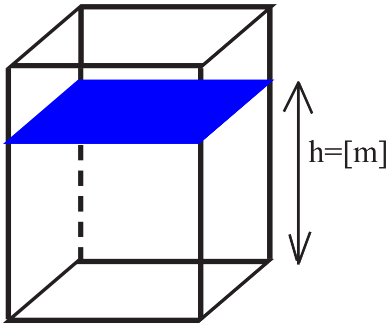
$$V = A*s$$

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = \frac{A*s}{t}$$

$\dot{V} = A*v$ Geschwindigkei

A_1*v_1(Geschwindigkeit) = A_2*v_2(Geschwindigkeit)

Hydraulik:



$$Volumen\ Kugel = \frac{4 * \pi}{3} * r^3$$

$$Kreisumfang = d * \pi$$

$$Kreisfläche = \frac{d^2 * \pi}{4}$$

F_g = g*m =g*δ*V(Volumen)
m = δ*V(volumen)

$$P(Leistung) = \frac{F}{A} = \frac{p * Volumen}{t} = p * \mathring{V} = \frac{W}{t}$$

$$W = F * s(Strecke\ oder\ Höhe) = p * A * s(Strecke\ oder\ Höhe) = V * p$$

$$Volumen\ V = A * s(Strecke\ oder\ Höhe) = \frac{\mathring{V}}{A}$$

stehender D
$F = p * A$

fliessender Druck
$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Hydrostatischer Druck Dp=Dh*d*g

$$Kinetischer\ Druck = \frac{d * v^2}{2}$$

100'000 Pascal (pa)= 1 Bar

$$\mathring{V} = \frac{Volumen}{t} = \frac{A * s(Strecke\ oder\ Höhe)}{t} = A * v\ Geschwindigkeit$$

$$Dp = d * Dh * g$$

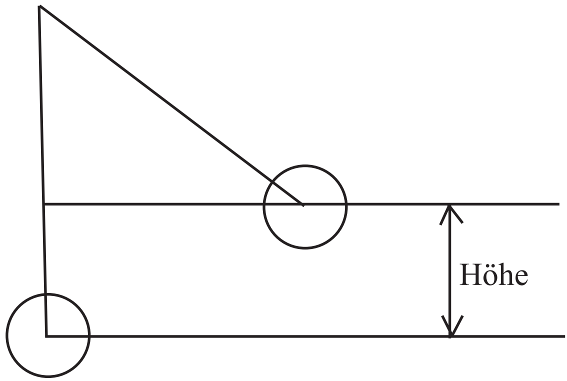
$$Dv Geschwindigkeit\ (Bsp. Wasserhahn) = \sqrt{2 * g * h}$$

$$Bernoullie\ \frac{v^2{}_1}{2} + \frac{p_1}{d} = \frac{v^2{}_2}{2} + \frac{p_2}{d}$$

$$Volumen = \frac{m}{d}$$

$$v\ Geschwindigkeit = \frac{s}{t}$$

Beispiel Wpot = Wkin:



$W_{pot} = m * g * \Delta h$ =potentielle Energie(Lageenergie)

$W_{kin} = \frac{m * v^2}{2}$ =kinetische Energie (Bewegungsenergie)

$W_{pot} = W_{kin}$ (potentielle Arbeit=kinetische Arbeit , bei Energieverlagerung)

$P = \frac{W}{t} = \frac{F * s}{t} = F * v$

Auftriebskraft:

Auftriebskraft ist Betragsmässig = der Gewichtskraft des verdrängten Mediums, aber in umgekehrter Richtung.
zu Deutsch:
Die verdrängte Flüssigkeit (Wasser, Öl) entspricht der Gesammtmasse vom schwimmenden Körper.

$$\text{Wasser} = \frac{1\text{kg}}{\text{dm}^3} = \frac{1\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\text{Volumen Wasser} = \frac{\text{mWasser}}{\delta\ \text{Wasser}}$$

Beispiel:

Etwas wiegt an der Luft 2 N und im Wasser 0,8 N.

2N - 0.8 = 1.2 N

Masse des verdrängten Wassers $F = m*g \quad m=\frac{F}{g} \quad \frac{1.2}{9,81} = 122$ Gramm

$$\text{VolumenWasser} = \frac{\text{mWasser}}{\delta\ \text{Wasser}} = \frac{122\text{g}}{\frac{1\text{g}}{\text{cm}^3}} = 122\text{cm}^3$$

$$m=\frac{F}{g} \quad \frac{2\text{N}}{9,81} = 0{,}204\text{Kg}$$

$$\delta = \frac{\text{Gewicht}}{\text{Volumen}} \quad \frac{204\text{g}}{122\text{cm}^3}$$

Bernoullie:

Es gibt drei Sorten von Energie:
-Potentielle Energie
-Kinetische Energie
-Druck Energie

$$W_{pot} = m * g * \Delta h$$

$$W_{kin} = \frac{m * v^2}{2}$$

$$W_{pot} = W_{kin}$$

W=F*s

$p = \frac{F}{A}$ F=p*A

Volumen=A*s

$d = \frac{m}{Volumen}$ $Volumen = \frac{m}{d}$

$W_{Druck} = Volumen * p$

Energieerhaltungssatz

WeilhorizontalWp1=Wp2

$$W_{p1} + W_{k1} + W_{druck1} = W_{p2} + W_{k2} + W_{druck2}$$

$$W_{k1} + W_{druck1} = W_{k2} + W_{druck2}$$

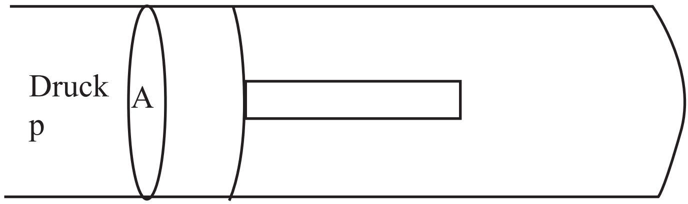
$$\frac{m * V_1^2}{2} + \frac{m * p_1}{d} = \frac{m * V_2^2}{2} + \frac{m * p_2}{d}$$

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{d} = \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{d}$$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} = \frac{p_1 - p_2}{d}$$

Achtung:
Saugpumpe schafft höchstens 10 Meter Höhendifferenz

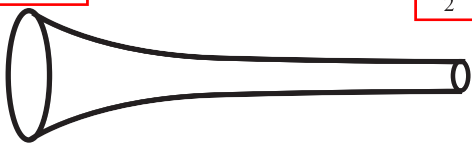
Beispiele:



Kontinuitätsgesetz, Enerieerhaltungssatz:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2$$

$$A_1 * V_1 = A_2 * V_2$$



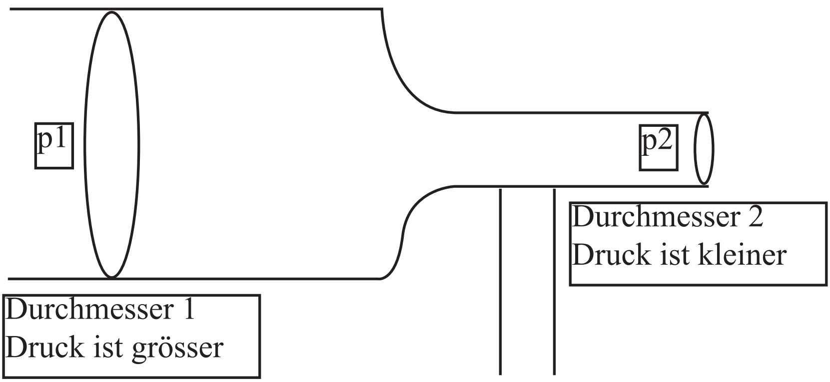
$$V = A * s$$

$$\dot{V} = \frac{V}{t} = \frac{A * s}{t}$$

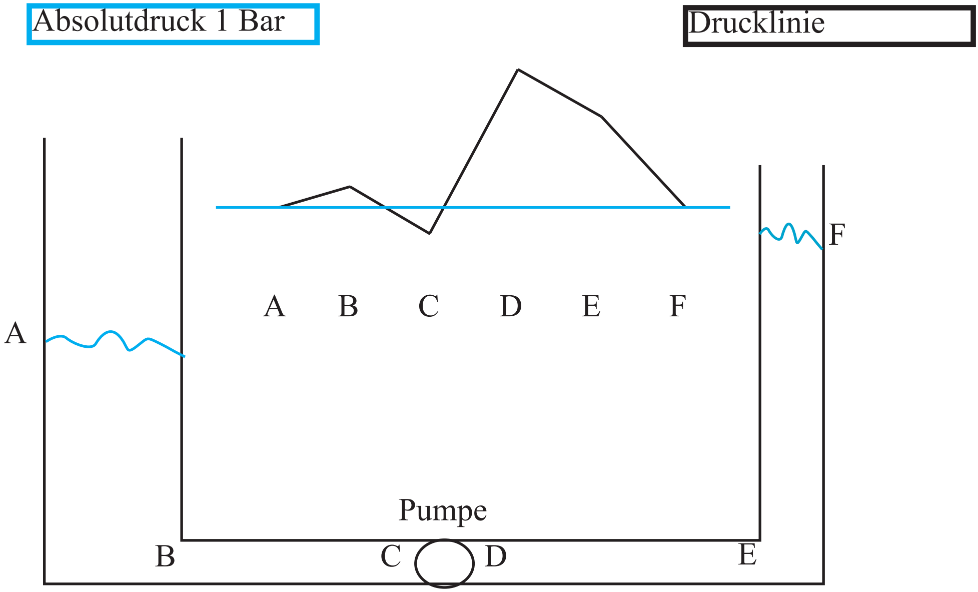
$$\dot{V} = A * V$$

Summe der Energien konstant.

Kontinuitätsgesetz, Enerieerhaltungssatz:



Pumpen:

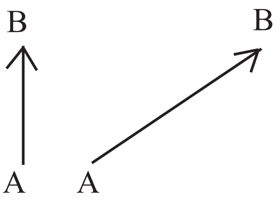


Beim saugen der Pumpe entsteht gegenüber dem Absolutdruck ein etwas weniger grosser Druck (Saugwirkung). Dafür nimmt nach der Pumpe der Druck zu.
Eine Saugpumpe kann höchstens 10 Meter Höhendifferenz überwinden.

Absolutdruck = 1 Bar
Unter oder Überdruck = <1Bar, >1 Bar

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{Ausgabe Leistung (P)}}{\text{Eingabe Leistung (P)}} = \frac{\text{Ausgabe Arbeit (W)}}{\text{Eingabe Arbeit (W)}}$$

Goldene Regel der Physik:



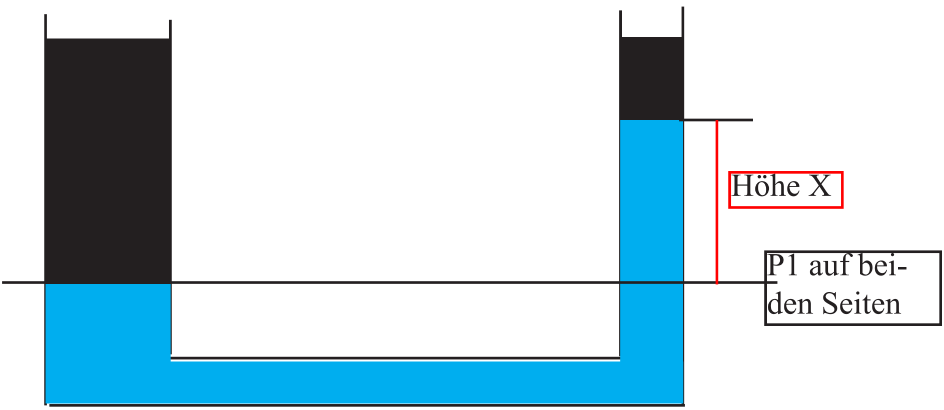
Energieaufwand wird über den Weg kompensiert.

Grössen umwandeln:

$$\frac{5*10^{-4}\,Kg}{cm^3} = \frac{5*10^{-4}\,Kg}{(0.01*0.01*0.01)\,m} = \frac{5*10^{-4}\,Kg}{10^{-6}\,m}$$

$$\frac{2.6m}{1s^2} = \frac{2.6m}{(0.016*0.016)h}$$

Levelunterschied bei verschiedenem Durchmesser:



$$\delta_{rot\ links} * \Delta h_{rot\ links} = \delta_{blau} * \Delta h_x + \delta_{rot\ rechts} * \Delta h_{rot\ rechts}$$

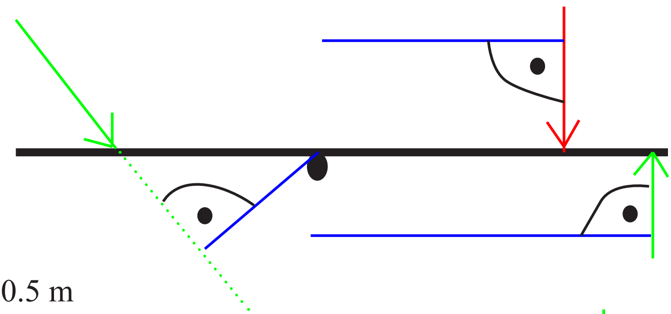
Achtung: bei unterschiedlichen Querschnitten mit Liter oder Volumen rechnen.

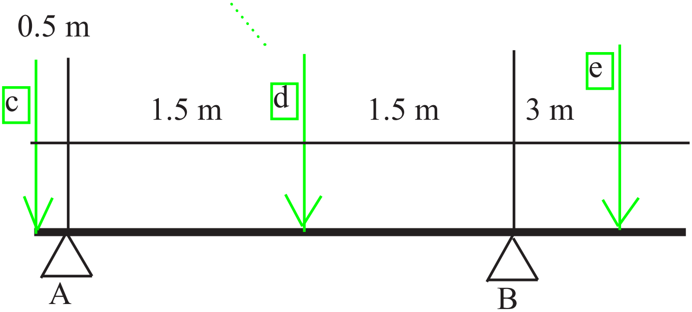
Hebelgesetz, Drehmoment:

Grundsatz:
Alle linksdrehenden Momente * ihre Wirklinie (Linie 90° zum Drehpunkt) = alle rechtsdrehenden Momente * ihre Wirklinie.

rechtsdrehende Momente
linksdrehende Momente
Wirklinien

Drehmoment	M	[Nm]
Drehmoment	=	F*a





Drehpunkte können selber bestimmt werden.

Beispiel Bagger (Druck auf Räder A und B muss ausgerechnet werden)

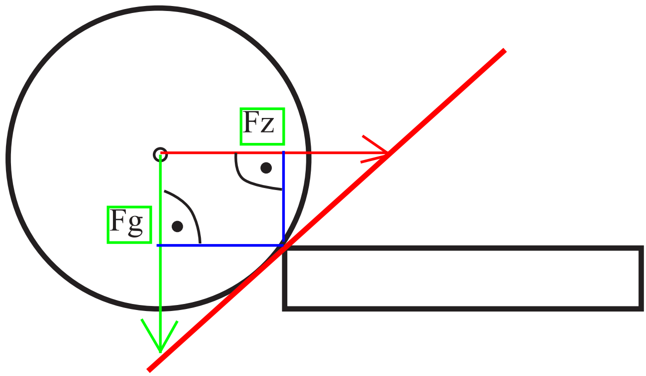
B: zuerst wird Punkt A als Drehpunkt bestimmt:

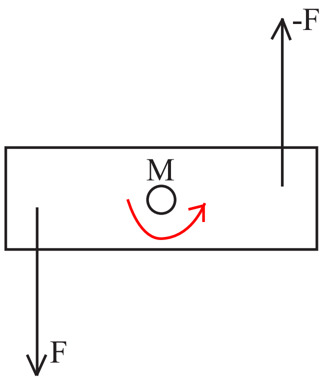
0.5m*c + 3m*B = 1.5m* = 1.5m*d + 6m*e

A: Drehpunkt ist jetzt B:

A*3 + 3m*e = 1.5m*d + 3.5m*c

Beispiel Fass, das über eine Kante gekippt wird:



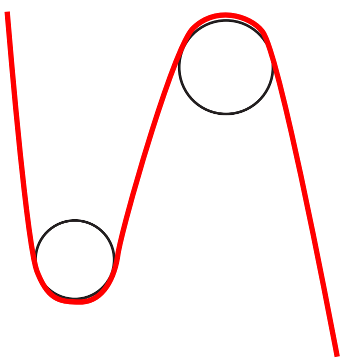


M ist positiv, wenn F das Bestreben hat, den Körper im Gegeuhrzeigersinn zu drehen.

M ist negativ, wenn F das Bestreben hat, den Körper im Uhrzeigersinn zu drehen.

Flaschenzug:

Jeder Flaschenzug verringert die Last um 0.5.



Gravitation:

1. Trägheitsprinzip

Fres = 0 v= konstant

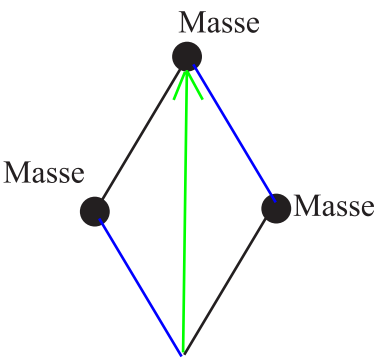
Bsp. -schnelles ziehen WC Papier

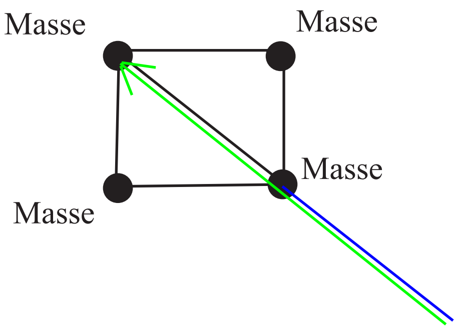
-Autoaufprall / beschleunigung

$$F_{1,2} = F_{2,1} = G * \frac{m_1 * m_2}{r^2}$$

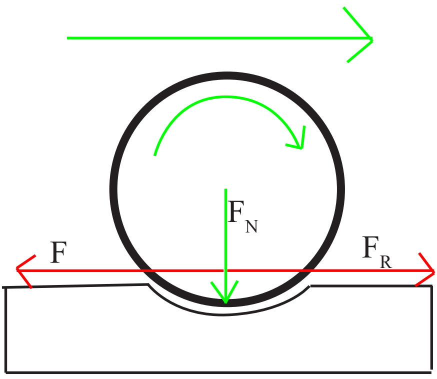
2. Aktionsprinzip

Fres = Masse*Beschleunigung, F = m*a





Rad, das dreht:



$F = R_H < R_{Hmax}$

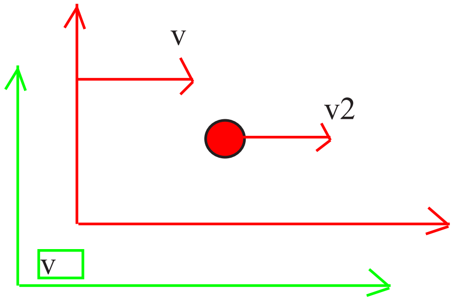
Für Luftwiderstand gilt:

$F_W = c_w * v^2$

c_w ist die Luftwiderstandskonstante

v^2 ist die Geschwindigkeit hoch 2

Relavistisches Additionstheorem der Geschwindigkeiten:



Klassische Mechanik:

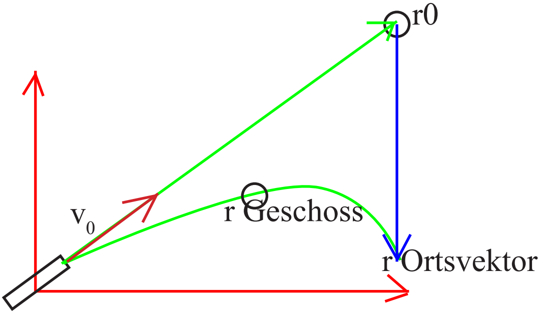
$v = v + v2$

Inertialsystem:

$$v = \frac{v + v2}{1 + \frac{v*v2}{c^2}}$$

c=Lichtgeschwindigkeit

Kugel will Kugel treffen:



$$\vec{r}\ \text{Geschoss} = t*\overrightarrow{v0} + \frac{1}{2}*t^2*\vec{g}$$

$$\vec{r}\ \text{Kugel} = \overrightarrow{r0} + \frac{1}{2}*t^2*\vec{g}$$

$$\vec{r}\ \text{Geschoss} = \vec{r}\ \text{Kugel}$$

$$t*\overrightarrow{v0} + \frac{1}{2}*t^2*\vec{g} = \overrightarrow{r0} + \frac{1}{2}*t^2*\vec{g}$$

$$t*\overrightarrow{v0} = \overrightarrow{r0}$$

r Ortsvektor = Anfagsort + Verschiebung gleicheförmige Bewegung + Verschiebung freier Fall.

V_0 muss die Richtzng von r0 haben!
r Ortsvektor ist Treffpunkt der beiden Kugeln.

Optik:

$E_{Photon} = h*f$ h=Konstante $4{,}14*10^{-15}$ (bei Joul $6{,}6*10^{-34}$)
f=Frequenz
E= Elektronen Volt $1eV=1.6*10^{-19}$ Joul

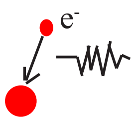
$C_{Welle} = \lambda*f$ λ=Wellenlänge
f= Frequenz
c= Lichtgeschwindigkeit $= 3*10^8$ Meter pro s

1 eV = 1 Elektronenvolt
Ein Elektronenvolt ist die Energie, die ein Elektron beim Durchlauf diener Potentialdifferenz von 1V gewinnt.
$1eV=1.6*10^{-19}$ Joul
Lichtgeschwindigkeit $= 3*10^8$ Meter pro s

$f = \frac{\Delta E}{h}$ ΔE = Hüllenenergie des Elektrons beim Wechseln des Energieniveaus

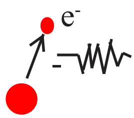
$\lambda = \frac{c}{f}$

spontane Emission:



Photon wird freigesetzt. Elektron geht auf Bahnen weiter nach innen Richtung Atomkern.

Absorption:



Photon wird verschluckt. Elektron geht auf Bahnen weiter nach aussen Richtung aussere Hülle.

Wellenlängen:

Rot	647nm-780nm
Orange	585nm-647nm
Gelb	575nm-585nm
Grün	517nm-527nm
Blau	424nm-486nm
Violett	380nm-424nm

Komplementärfarben:

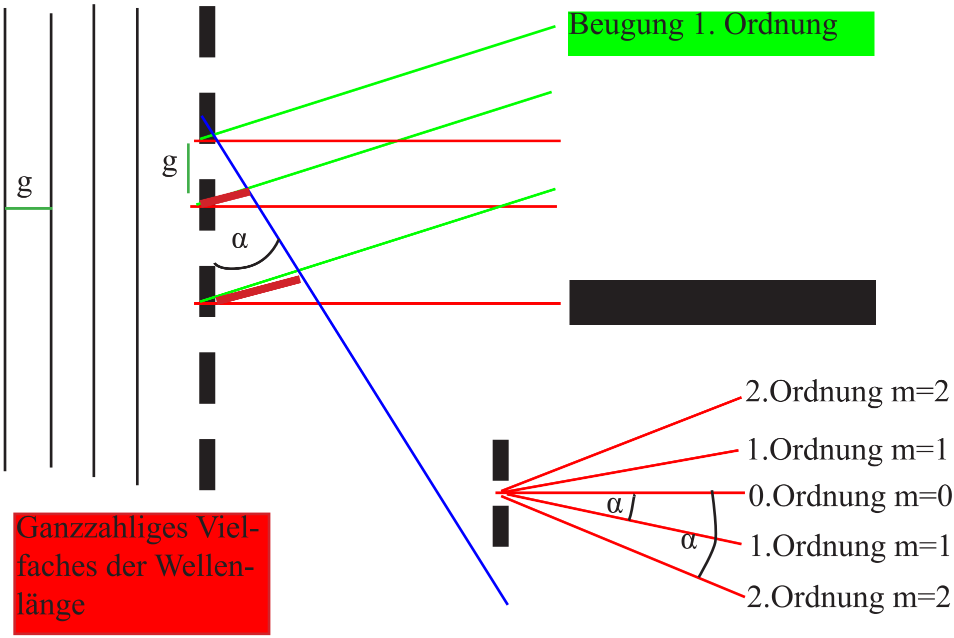
rot	grün
orange	blau
gelb	violett

subtraktives Farbsystem:
Farbkasten

additives Farbystem:
Lichtfarben r,b,g

<u>monochromatisch:</u> eine Farbe, eine Wellenlänge
<u>kohärent:</u> Licht im gleichschritt
<u>inkohärent:</u> Glühbirne, Taschenlampe, strahlende Lichtquelle
<u>Licht in Phase:</u> Laser, bewirkt eine Verstärkung, „Berg-Berg“
<u>Licht nicht in Phase:</u> normales Licht, bewirkt Auslöschung „Berg-Tal“

<u>Beugung am Gitter:</u>



$$\sin\alpha = m(\text{wievielte Ordnung}) * \frac{\lambda(\text{Wellenlänge})}{g(\text{Gitterkonstante})}$$

$$\sin\alpha = m * \frac{\lambda}{g} = \frac{\lambda \text{in Meter}}{\frac{1\text{m}}{\text{Gitter p. m}}}$$

Wenn $c=\lambda * f < 3*10^8$
dann keine elektromagnetische Welle.

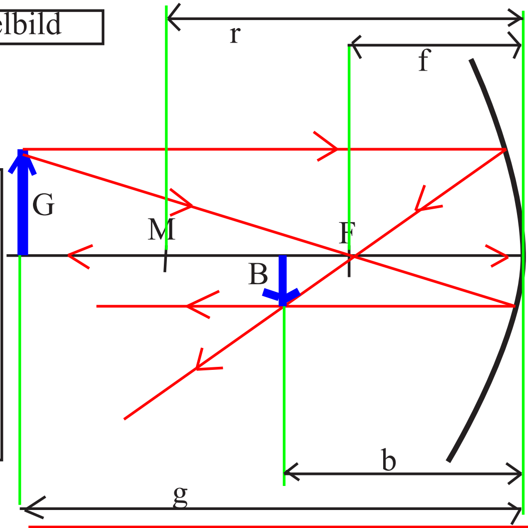
Bei Maximas:
$m < g/\lambda$

Bie maximas generell (wieviele vorkommen) sin 90° =1 nehmen

Spiegel und Refexionen:

konkaver Spiegel mit reellem Spielelbild

Eintrittswinkel = Ausfallswinkel (immer zur Tangente auf der Kugel im Eintrittspunkt).



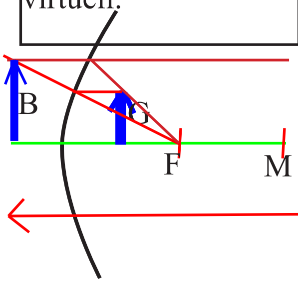
- nur bei virtuellem Bild!!

Gegenstand im Brennpunkt=kein Spiegelbild.
zwischen F, M vergrössert real.
Nach F vergrössert virtuell.

$$f = \frac{r}{2}$$

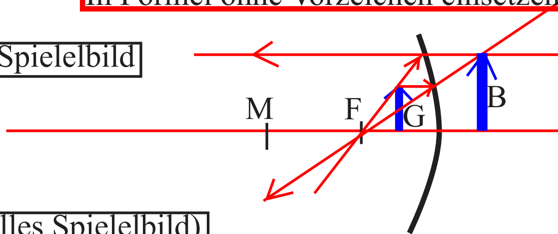
$$V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

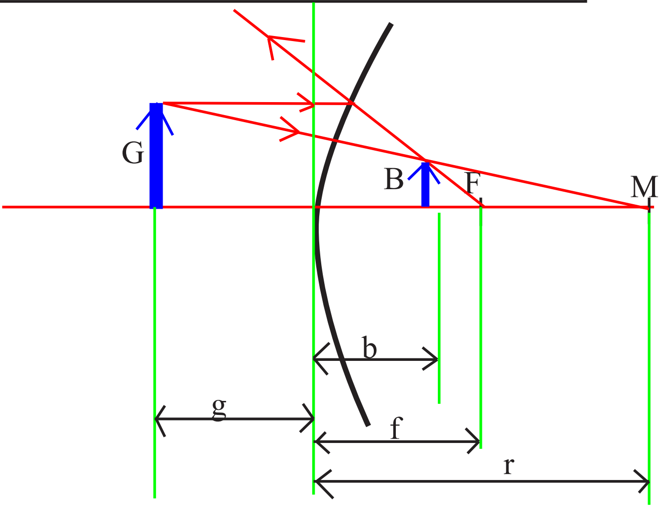


bei b in abhängigkeit von g
g einsetzen und b in Abhängigkeit von g mit Vorzeichen!!!
In Formel ohne Vorzeichen einsetzen!!!!

konkaver Spiegel mit virtuellem Spielelbild



Konvexer Spiegel (hat nur virtuelles Spielelbild)



Beim Abbildungsmassstab nie mit -b rechnen. Gibt immer eine positive Zahl.

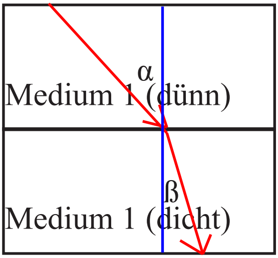
<u>Parallelstrahlen:</u>
Ein Strahl, der parallel zur optischen Achse auf den Hohlspiegel fällt, heisst Parallelstrahl. Er geht nach der Reflexion durch den Brennpunkt des Spiegels.
<u>Brennstrahlen:</u>
Ein Strahl, der durch den Brennpunkt fällt, heisst Brennstrahl. Er verläuft nach der Reflexion parallel zur optischen Achse.
<u>Mittelpunktstrahlen:</u>
Ein Strahl, der durch den Krümmungsmittelpunkt (M) gehend auf einen Hohlspiegel fällt, heisst Mittelpunktstrahl (Hauptstrahl). Er wird in sich selbst reflektiert.

M = Mittelpunkt (Kreis)
F = Fokuspunkt, Brennpunkt
G = Gegenstandsgrösse
B = Bildgrösse
b = Bildweite (Abstand des Bildes vom Scheitelpunkt des Spiegels
f = Brennweite (Abstand des Brennpunktes vom Scheitel des Spiegels)
g = Gegenstandsweite (Abstand des Gegenstandes vom Scheitelpunkt)
V = Abbildungsmasstab

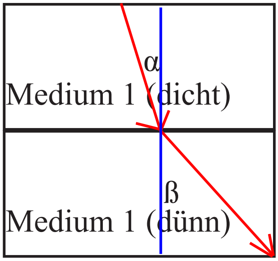
g+ Gegenstand vor dem Spiegel (reales Gegenstand)
g- Gegenstand hinter dem Spiegel (virtueller Gegenstand)
b+ Bild vor dem Spiegel (reelles Bild)
b- Bild hinter dem Spiegel (virtuelles Bild)
f+ Brennpunkt vor dem Spiegel (Konkavspiegel)
f- Brennpunkt hinter dem Spiegel (Konvexspiegel)
r+ Krümmungsmittelpunkt vor dem Spiegel (Konkavspiegel)
r- Krümmungsmittelpunkt hinter dem Spiegel (Konvexspiegel)
V+ Bild aufrecht
V- Bild umgekehrt
$V>1$ Bild vergrössert
$V<1$ Bild verkleinert

Gegenstand im Brennpunktbei konkav = kein Bild, $b = \infty$
bei konkav Vor dem F = Bild grösser
bei konkav nach dem F = Bild kleiner
Bild hinter dem Spiegel immer virtuelles Bild,
Bild vor dem Spiegel immer reales Bild,
Bei konvex immer virtuelles, aufrechtes Bild.
bei virtuellem Bild -b
beim reellem Bild b
auf Spiegelseite f
hinter dem Spiegel -f

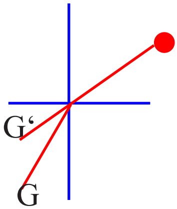
Brechung (Brechungsgesetz):



Übergang: dünn-dichter



Übergang: dicht-dünner

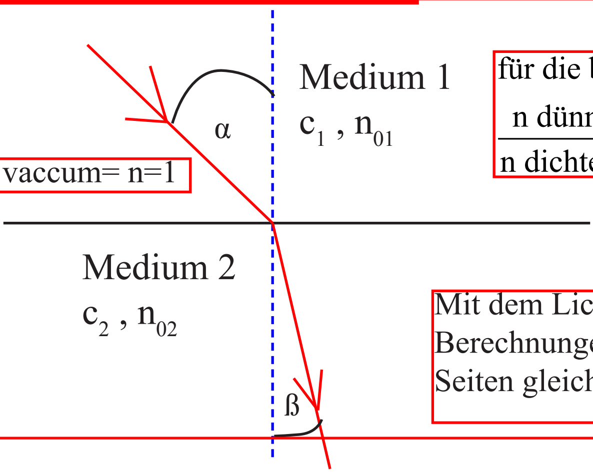


$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{12} = \frac{c1(\text{Lichtgeschwindikeit im Medium1})}{c2(\text{Lichtgeschwindikeit im Medium2})}$$

$$n_0 = \frac{c_0}{c} \quad \left(\mathrm{n}_{Medium} = \frac{c_{Vakuum}}{c_{Medium}} \right)$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_{02}}{n_{01}} = \frac{c_1}{c_2} = n_{12} = \text{konstant}$$

$$\boxed{n_{01} * \sin\alpha = n_{02} * \sin\beta = \text{konstant}}$$



Bei Luft = Luft vaccum= n=1

für die brechung gilt immer:

$$\frac{\text{n dünnes Medium}}{\text{n dichteres Medium}} < 1$$

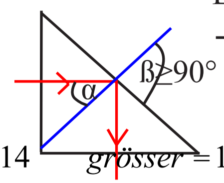
Mit dem Licht laufen:
Berechnungen auf beide Seiten gleich.

Totalfeflexion:
Totalreflexion nur vom dichteren zum dünneren Medium.
Wächst α, wächst auch ß. bis ß auf der Oberfläche entlang- zieht.
Totalreflexion bei ß ≥ 90°.

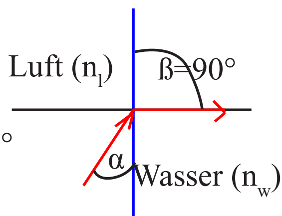
$$\sin\alpha g = \frac{1}{n}$$

$$\alpha g < 45° = \alpha$$

$$n = \frac{1}{\sin\alpha g} = 1{,}414$$



grösser = 1,42

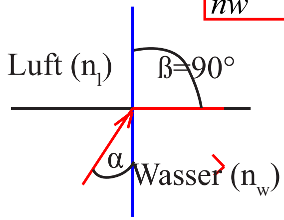


Totalfeflexion:

Totalreflexion nur vom dichteren zum dünneren Medium.
Wächst α, wächst auch ß. bis ß auf der Oberfläche entlang-zieht.

Totalreflexion bei ß ≥ 90°.

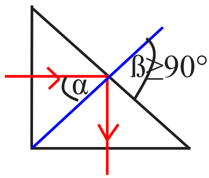
$$\boxed{\frac{nl}{nw} > 1}$$



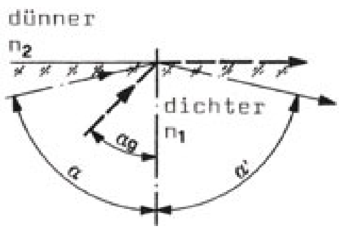
$$\sin \alpha g = \frac{1}{n}$$

$$\alpha g < 45° = \alpha$$

$$n = \frac{1}{\sin \alpha g} = 1{,}414 \qquad grösser = 1{,}42$$



Totalreflexion



α_g = Grenzwinkel für Totalreflexion

für $n_1 > n_2$: $\boxed{\sin \alpha_g = \frac{n_2}{n_1}}$

für Austritt in Luft: $\boxed{\sin \alpha_g = \frac{1}{n_1}}$

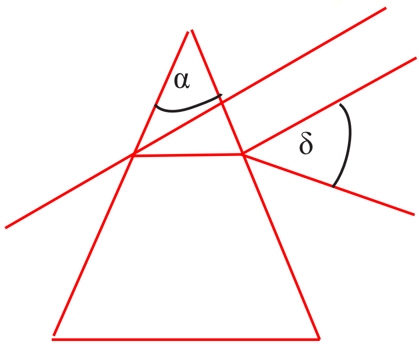
Bei Lichtgeschwindigkeit:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c1}{c2}$$

Beim Grenzwinkel:

$$n_{01} * \sin \alpha = n_{02} * \sin \beta$$

$$\sin \alpha grenz = \frac{n_{02}}{n_{01}} \qquad |\text{da } \sin\beta 90° = 1$$



$$\boxed{\sin\left(\frac{\alpha+\delta}{2}\right) = \sin\frac{\alpha}{2}}$$

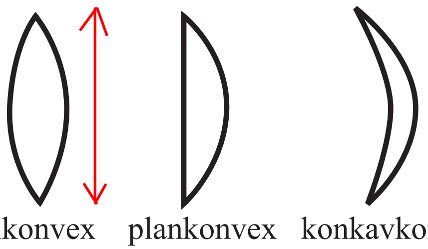
Linsen:

$D = \frac{1}{f}$ D = Brechkraft, Dioptrie (dpt) = $\frac{1}{\text{m}}$

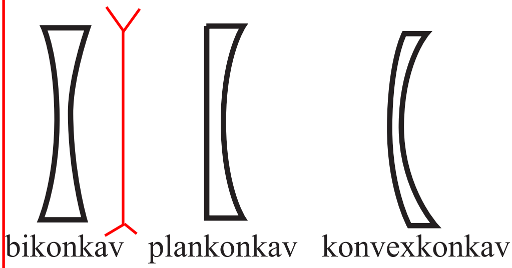
f = Abstand optiche Mittellinie Zum Brennpunkt

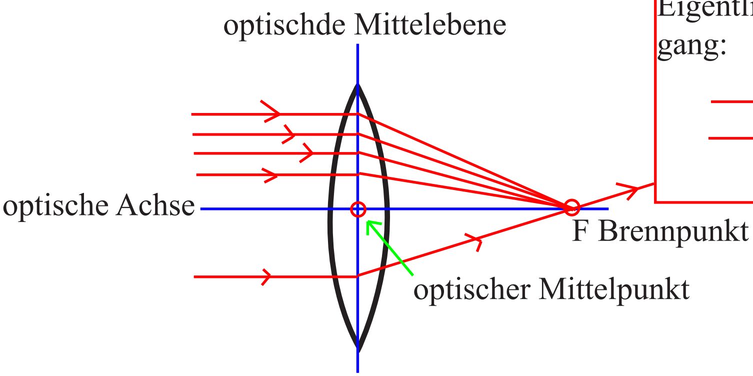
Bei Brechkraft f: + oder minus beachten!!!!

Formen von Sammellinsen:

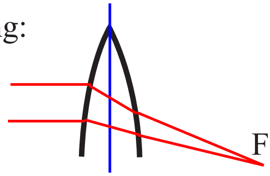


Formen von Zerstreuungslinsen:





Eigentlicher Strahlengang:

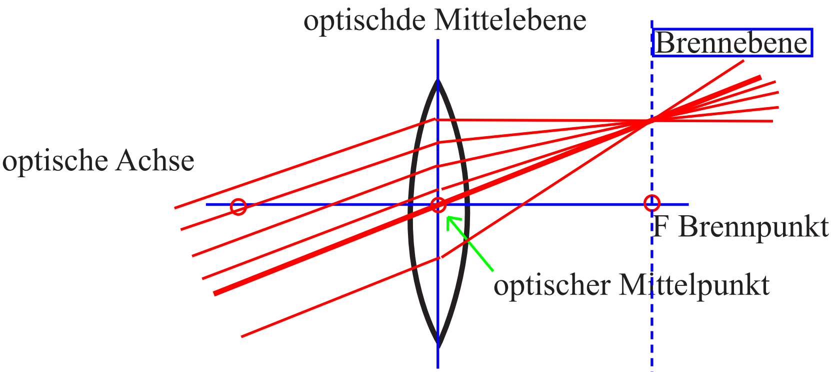


Parallelstrahlen:
Ein Strahl, der Parallel zur optichen Achse verläuft. Er geht nach der Brechung durch den Brennpunkt hinter der Linse.

Brennstrahl:
Strahl der durch den Brennpunkt auf die Linse fällt. Er verläuft nach der Brechung parallel zur optischen Achse.

Hauptstrahlen:
Ein Strahl, der durch den optischen Mittelpunkt der Linse geht. Er hat keine Richtungsänderung.

Strahlenbündel und Brennebene:



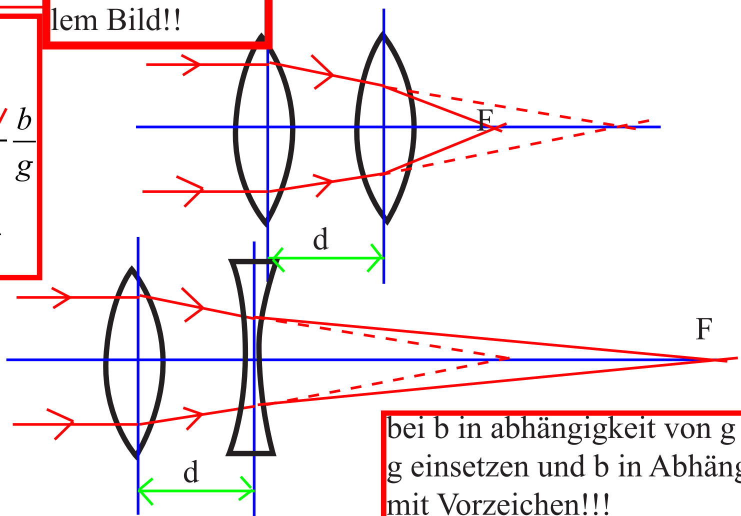
Die in einem Brennpunkt der Linse senkrecht zur optischen Achse stehende Ebene wird als Brennebene bezeichnet. Paralelle Strahlen, die im kleinen Winkel zur optischen Achse geneigt auf die Linse fallen, gehen hinter der Linse durch den einen Punkt der Brennebene. Von einem Punkt auf der Brennebene asu auf die Linse fallende Strahlen verlassen die Linse parallel.

- nur bei virtuellem Bild!!

$$f = \frac{r}{2}$$

$$V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$



bei b in abhängigkeit von g
g einsetzen und b in Abhängigkeit von g
mit Vorzeichen!!!
In Formel ohne Vorzeichen einsetzen!!!!

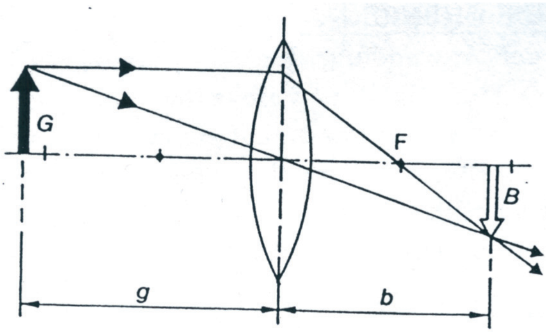
Vor der Linse = virtuell -f Zerstreulinse
Hinter der Linse = real f Sammellinse

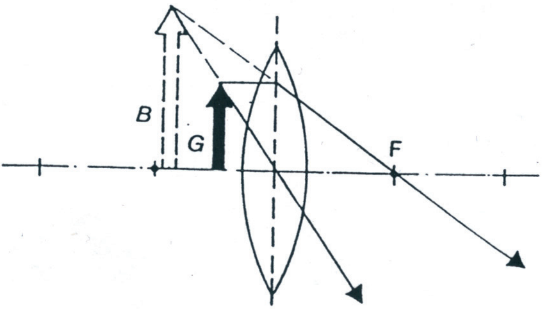
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 * f_2}$$

$$D = D_1 + D_2 - d * D_1 * D_2 \quad \text{oder} \quad D = D_1 + D_2$$

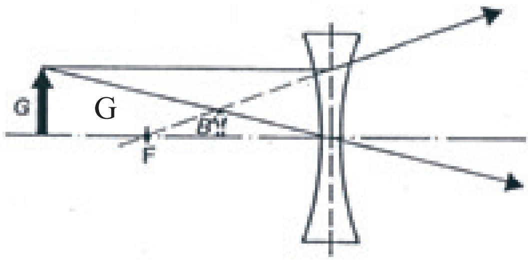
für zwei nahe Linsen, ohne d:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

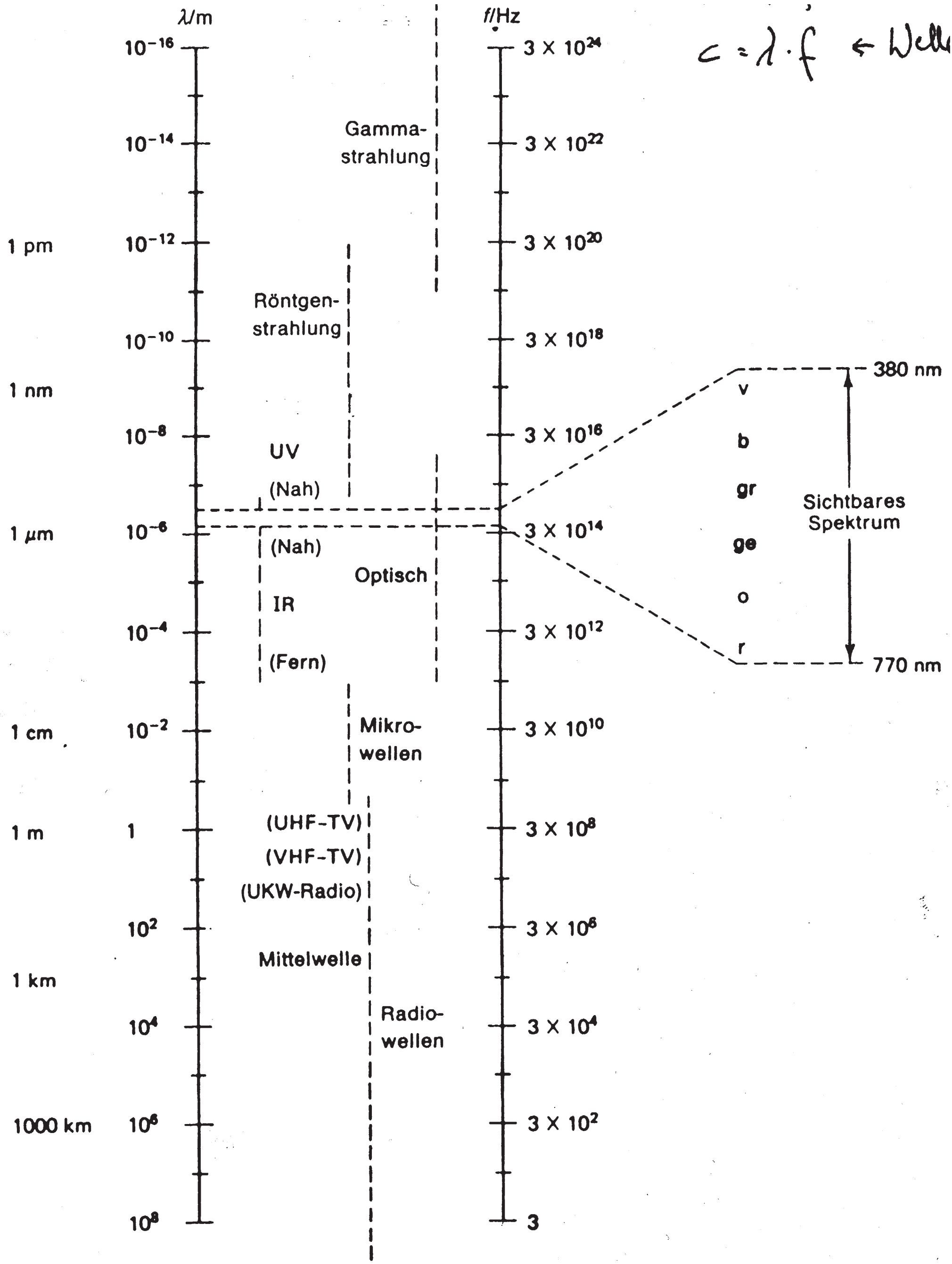




falls G virtuell
Fokuspunkt gegenüber
als Fokuspunkt



$c = \lambda \cdot f$ ← Welle



Gegenstand Gegenstandsweite	Bild Bildweite b	Art	Grösse
g < f	b > g	virtuell, aufrecht	B > G
g = f	im Endlichen kein Bild		
f < g < 2*f	b > 2*f	reell, umgekehrt	B >G
g = 2*f	b = 2*f	reell, umgekehrt	B = G
g > 2*f	f < b < 2*f	reell, umgekehrt	B < G

Augen, Lupe und Mikroskop:

Abberation = Linsenfehler

deutliche Sehweite 25 cm

Auge:

$$V=\frac{\text{Sehwinkel mit Instrument}}{\text{Sehwinkel ohne Instrument}}=\frac{\alpha_m}{\alpha_0}$$

$$V==\frac{\text{Höhe des Netzhautbildes mit Instrument}}{\text{Höhe des Netzhautbildes ohen Instrument}}=\frac{B_m}{B_0}$$

Lupe = Okular (Sehwinkel wird vergrössert)

$$V_{Lupe}=\frac{\text{deutliche Sehweite}}{\text{Brennweite der Lupe}}=\frac{25\text{ cm}}{f_{Lupe}}$$

Mikroskop (kann höchstens 1600-fach vergrössern):

$$V=\frac{t*s}{f_{objektiv}*f_{okular}}$$ t=Tubus s=deutliche Sehweite(25cm)

Tubus = Abstand zwichen Brennpunkt Objektiv bis Brennpunkt Okular

Fernrohr:

$$V_{Fernrohr}=\frac{f_{objektiv}}{f_{Okular}}$$

Impuls:

$\vec{p} = m * \vec{v}$ Einheit $\text{kgms}^{-1} = Ns$(Newtonsekunden)

Der Impuls $\vec{p}$ ist ein Vektor.

Er hat die gleiche Richtung wie der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$

$$\Delta p = m * V_1 - m * V_2 = F * \Delta t$$

$$\Delta p = \vec{F}_{res} * \Delta t$$

$$\dot{\vec{p}} = \vec{F}_{res}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \dot{\vec{p}} = \vec{F}_{res}$$

Einheit für Puls:
Newton * sekunden
Ns
P entspricht der Fläche unter dem F-t Diagramm.

Kraftstoss = Impulsänderung
totale Impulsänderung = Fläche unter der F-t Kurve = Kraftstoss

Impulssatz:d
die Änderung des totalen Impulses pro Zeiteinheit:

$$\lim_{\delta x \to 0} \frac{\Delta \vec{p}_{tot}}{\Delta t} = \vec{p}'_{tot} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{äussere} = \vec{F}_{res}.$$

$$\int_{t1}^{t2} \vec{F} \, dx = \Delta \vec{p}$$

Ein abgeschlossenes System hat nur innere und keine äusseren Kräfte.

$$\vec{p}_{tot} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p_i}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{p}_{tot}}{\Delta t} = \vec{p}'_{tot} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{äusi} = \vec{F}_{res}$$

$$\boxed{F_{res} = \frac{Dp}{Dt}}$$

Anwendung des Pulssatzes:

Impulserhaltung:

Zwei Wagen werden mittels einer Feder (Puls) "auseinandergepulst":

Zustand 1: $\vec{p}_{tot1} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \quad = m_1 * \vec{v}_1 + m_2 * \vec{v}_2 \quad = \vec{0}$

Zustand 2: $\vec{p}_{tot2} = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \quad = m_1 * \vec{v}_1' + m_2 * \vec{v}_2'$

$\vec{p}_{tot1} = \vec{p}_{tot2}$

$\vec{0} = m_1 * \vec{v}_1' + m_2 * \vec{v}_2'$

Die Endgeschwindigkeit $\frac{\vec{v}_2'}{\vec{v}_1'} = \frac{m_1}{m_2}$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{p'}{t} \qquad a = \frac{F(t)}{m}}$$

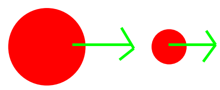
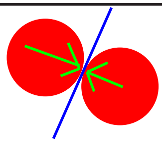
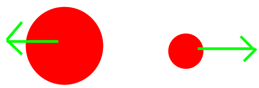
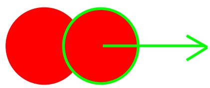
Der gerade zentrale elastische Stoss:

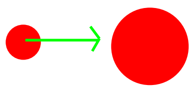
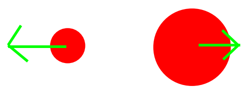
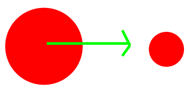
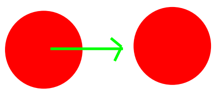
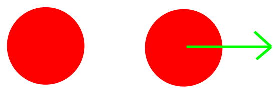
Vor Stoss	$W_{tot1} = \frac{m_1 * v_1^2}{2} + \frac{m_2 * v_2^2}{2} + U$	$p_{tot1} = m_1 * v_1 + m_2 * v_2$
nach Stoss	$W_{tot2} = \frac{m_1 * v_1'^2}{2} + \frac{m_2 * v_2'^2}{2} + U'$	$p_{tot2} = m_1 * v'_1 + m_2 * v'_2$
Erhaltungssätze	$W_{tot1} = W_{tot2}$	$p_{tot1} = p_{tot2}$
U = innere Energie	$\boxed{v_2 - v_1 = -(v_2' - v_1')}$	

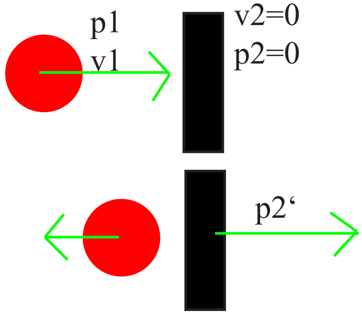
$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} * v_1 + \frac{2 * m_2}{m_1 + m_2} * v_2$ ist 0 bei Stillstand des zweiten Objekts

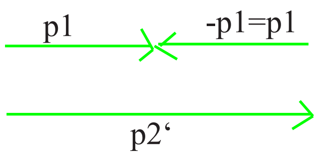
$v_2' = \frac{2 * m_1}{m_1 + m_2} * v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} * v_2$ ist 0 bei Stillstand des zweiten Objekts

Bei gleicchen Massen werden (m1=m2) werden Energie und Impuls ausgetauscht

gerade		Die Geschwindigkeitsfaktoren liegen auf einer Geraden
zentral		Die Schwerpunkte der Stosspartner liegen auf der Normalen zur Berührungsebene durch den Berührungspunkt. Es tritt **keine** Rotation auf.
elastisch		Die Summen der kinetischen Energien vor und nach dem Stoss sind gleich.
unelas-tich		Dir Körper bewegen sich nachher mit einer gleichen, gemeinsamen Endgeschwindigkeit weiter.

Massenverhältnis	vor dem Stoss	nach dem Stoss
m1 < m2		
m1 > m2		
m1 = m2		





$$P_{tot1} = P_{tot2}$$
$$P_{tot1} = P_1$$
$$P_{tot2} = P_1' + P_2'$$
$$P_2' = 2 * P_1$$
$$v_1' = -v_1$$

[redacted]

Der gerade, unelastische Stoss:

Beim geraden, unelastischem Stoss (Beide Körper sind ineinander verkeilt)
Sie sind auf gleicher Geschwindigkeit, daher nur v':

Vor Stoss	$W_{tot1} = \frac{m_1 * v_1^2}{2} + \frac{m_2 * v_2^2}{2} + U$	$p_{tot1} = m_1 * v_1 + m_2 * v_2$
nach Stoss	$W_{tot2} = \frac{m_1 + m_2 * v_1'^2}{2} + U'$	$p_{tot2} = (m_1 + m_2) * v'$
Erhaltungssätze	$W_{tot1} = W_{tot2}$	$p_{tot1} = p_{tot2}$
$m_1 * v_1 + m_2 * v_2 = (m_1 + m_2) * v'$		

Wärmelehre:

Masseinheiten und Begriffe:

-Temperatur T
-Wärmemenge Q
-Volumen V
-Druck p
-spezifische Wärmekapazität c
-innere Energie U
-Enthalpie H (Energie bei konstantem Druck)
-Entropie S (im abgeschlossenem System maximierend)
Bsp. Kugeln, Duftstoff, Mass für Ordnung
-reversible (Zeitlich umkehrbarer Prozess)
-irreversibel (Zeitlich nicht umkehrbarer Prozess)

Energie = Exergie + Anergie = konstant
Exergie = brauchbare Energie
Anergie = Verlustenergie

a) Bei allen irreversiblen Prozessen verwandelt sich Exergie in Anergie
b) Nur bei reversiblen Prozessen bleibt die Exergie erhalten
c) Es ist unmöglich, Anergie in Exergie zu verwandeln

Enerieverbrauch = Anergieproduktion = Wärmeverseuchung thermische Ausdehnung:

$T =$ Temperatur in Kelvin

$\vartheta =$ Temperatur in Celsius

$T_0 =$ 273,15 Kelvin Temperatur des Eispunktes auf der Kelvinskala

$\mathrm{D}L =$ Längenausdehnungsdelta

$\alpha = \frac{1}{°C}$ oder $\frac{1}{\mathrm{K}}$ bei Metallen » $10^{-5} K^{-1}$

Kelvin = Celsius + T_0

$\mathrm{D}\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 = 150° - 22° = 128°$

$\mathrm{D}T = T_1 - T_2 = 423{,}15K - 295{,}15K = 128K$

Ausdehnung :

$\mathrm{D}L = \alpha * L_0 * \mathrm{D}\vartheta$

Spannung :

$\sigma = \frac{F}{A}$ F=Kraft A=Querschnittsfläche

$= \mathrm{Nm}^{-2}$

Dehnung :

$\varepsilon = \frac{\mathrm{D}L}{L}$ $\mathrm{D}L$=Längenänderung L=Länge

= keine Einheit

Hooksches Gesetz :

$\sigma = E * \varepsilon$ E=Elastizitätsmodul Einheit von E: Nm^{-2}

Wärme : $\frac{\mathrm{D}L}{L} = \alpha * \mathrm{D}\vartheta$

Mechanik (thermische Spannung) :

$$\sigma = E * \varepsilon$$
$$= E * \frac{\mathrm{D}L}{L}$$
$$= E * \alpha * \mathrm{D}\vartheta$$

Ausdehnung bei festen Körpern:

Feste Körper : Volumenausdehnung

$\Delta V = \gamma * V_0 * \Delta\vartheta$

$\gamma = 3 * \alpha (Längenkoiffizient)$

Wärme als Energieform:

Q	=	physikalische Wärmeenergie (wärmemenge) in [J] Joul, früher [kcal]
$kcal$	=	1 kcal ist die Wärmemenge, um 1 kg Wasser 1° (von 14,5° auf 15,5°) zu erwärmen
$1kcal$	=	$4{,}19kJ = 4190J$
c	=	spezifische Wärme pro kg, vom Material des Körpers abhängig $\left[Jkg^{-1}K^{-1}\right]$
C	=	spezifische Wärme allgemein
m	=	Masse [kg]

$$c = \frac{1}{m} * \frac{\Delta Q}{\Delta\vartheta} \quad \text{mit} \Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$$

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta\vartheta} = c * m$$

Bei Flüssigkeiten:

$\Delta V = \gamma * V_0 * \Delta\vartheta$

$\Delta Q = c$ Voraussetzung: m=1kg $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1 = 1K$

Speicherverhalten: die spezifische Wärme c ist eine Grösse, die angibt,wie viel Wärme wir 1 kg Stoff bei einer Temperaturerhöhung von 1 K (1°C) speichern können, c ist ein Mass für das Fassungsvermögen von Wärme eines Körpers mit der Masse 1 kg. Die spezifische Wärme c gibt Auskuft, wie sich der Wärmezustand v eines Material ändert.

Mischvorgänge:

Energiesatz:

$$Q_{\text{abgegeben}} = Q_{\text{aufgenommen}}$$

Abkühlung :

$D\vartheta_1 = \vartheta_1 - \vartheta_m$ Abkühlung

$D\vartheta_2 = \vartheta_m - \vartheta_2$ Erwärmung

ϑ_m = Temperatur mittel

$$Q_{ab} = Q_{auf}$$

$$c_1 * m_1 * \Delta\vartheta_1 = c_2 * m_2 * \Delta\vartheta_2$$

$$c_1 * m_1 * (\vartheta_1 - \vartheta_m) = c_2 * m_2 * (\vartheta_m - \vartheta_2)$$

$$c_1 * m_1 * \vartheta_1 - c_1 * m_1 * \vartheta_m = c_2 * m_2 * \vartheta_m - c_2 * m_2 * \vartheta_2$$

$$\vartheta_m = \frac{c_1 * m_1 * \vartheta_1 + c_2 * m_2 * \vartheta_2}{c_1 * m_1 + c_2 * m_2}$$

$$\vartheta_m = \frac{c_1 * m_1 * \vartheta_1 + c_2 * m_2 * \vartheta_2 + ... + c_n * m_n * \vartheta_n}{c_1 * m_1 + c_2 * m_2 + ... + c_n * m_n}$$

$$\vartheta_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_n * m_n * \vartheta_n}{\sum_{i=1}^{n} c_n * m_n}$$

$$W_{kin} = \Delta Q$$
$$W_{pot} = \Delta Q$$

Wasserwert eines Kaloriemeters:

Der Wassserwert m_w eines Kaloriemeters gibt an welche (gedachte) Menge Wasser (W) die gleiche Wärmekapazität C_0 ergäbe.

$$C_0 = m_w * c_w$$

Die spezifische Schmelzwärme q:

Die Wärme ΔQ, die nötig ist, um 1 kg eines festen Stoffes bei einer Temperatur seines Schmelzpunktes υ_{sm} unter Normaldruck p_n=1013 mbar zu schmelzen, nennen wir **spezifische Schmelzwärme q**

Einheit: Jkg^{-1}

Die spezifische Verampfungswärme r:

Die Wärme ΔQ, die nötig ist, um 1 kg einer Flüssigkeit bei der Temperatur ihre Siedepunktes υ_{sd} zu verdampfen, heisst **spezifische Verdampfungswärme r**

Einheit: Jkg^{-1}

q und r sind stoffabhängig

Verdampfungswärme = Kondensationswärme (Energiesatz)

Schmelzwärme = Erstarrungswärme (Energiesatz)

Wärmebilanz:

Achtung bei Aggregatswechsel:

$Q_{auf} = Q_{ab}$

In einem Gefäss sind 2kg Wasser(20°).

es werden 4kg Eis(0°) und Dampf(140°) zugegeben.

$\vartheta_m = 80°$

$Q_{auf} = Q_{ab}$

$m_{eis} * q$ + $m_{eis} * c_{wasser} * \vartheta_m$ + $m_{wasser} * c_{wasser} * (\vartheta_m - \vartheta_{wasser}))$ =

schmelzen Eis | Erwärmen Eiswasser | Erwärmen Wasser

$c_{dampf} * m_{dampf} (\vartheta_{Dampf} - 100)$ + $m_{dampf} * r$ + $c_{wasser} * m_{dampf} * (100 - \vartheta_m)$

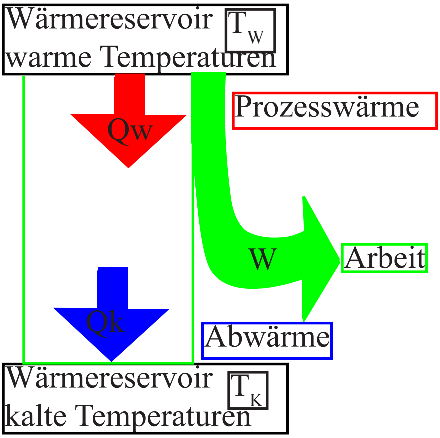
Abkühlen Dampf zu Wasser | Dampf wird Wasser | 100° Wasser abkühlen

Masse Dampf $m_d = ?$

$4kg * 335000Jkg^{-1} + 4kg * 4200Jkg^{-1} * 80K + 2kg * 4200Jkg^{-1} * 60K =$

$1800Jkg^{-1} * m_d * 40K + m_d * 2260000Jkg^{-1} + 4200Jkg^{-1} * m_d * 20K$

Wärmekraftmaschine:



$$\text{Wirkungsgrad } \eta = \frac{Nutzen}{Aufwand} = \frac{W}{Q_W}$$

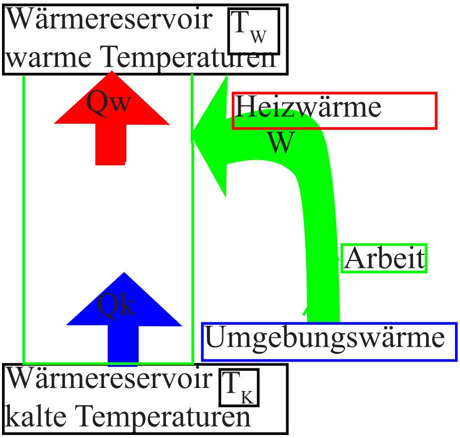
Mit $W = Q_W - Q_K$

$$\eta = \frac{Q_W - Q_K}{Q_W}$$

$$\eta = \frac{Q_W(\text{bei } T_W) - Q_K(\text{bei } T_K)}{Q_W(\text{bei } T_W)}$$

$$\eta = \frac{T_W - T_K}{T_W} = 1 - \frac{T_K}{T_W}$$

Wärmepumpe:



$$\varepsilon = \frac{Nutzen}{Aufwand} = \frac{Q_W}{W}$$

Mit $W = Q_W - Q_K$

$$\varepsilon = \frac{Q_W}{Q_W - Q_K}$$

$$\varepsilon = \frac{Q_W(\text{bei } T_W)}{Q_W(\text{bei } T_W) - Q_K(\text{bei } T_K)}$$

$$\varepsilon = \frac{T_W}{T_W - T_K}$$

$$\varepsilon = \frac{Nutzen}{Aufwand} = \frac{Q_K}{W}$$

Mit $W = Q_W - Q_K$

$$\varepsilon = \frac{Q_K}{Q_W - Q_K}$$

$$\varepsilon = \frac{Q_K(\text{bei } T_K)}{Q_W(\text{bei } T_W) - Q_K(\text{bei } T_K)}$$

$$\varepsilon = \frac{T_K}{T_W - T_K}$$

Kältepumpe (Kühlschrank): Einziger Unterschied ist, da wir kühlen wird Q_K bei der Kälte-Maschine aals Nutzen Billan-ziert.

Carnot - Wirkungsgrad

Wertigkeit der Wärmeenergie (Entropie) (Exergie):

Die Entropie S kann in einem abgeschlossenen System nicht abnehmen.
Oder Wärme fliesst selbständig nur von wärmeren zu kälteren Körpern.

$$S_W = \frac{Q}{T_W}$$

$$S_K = \frac{Q}{T_K}$$

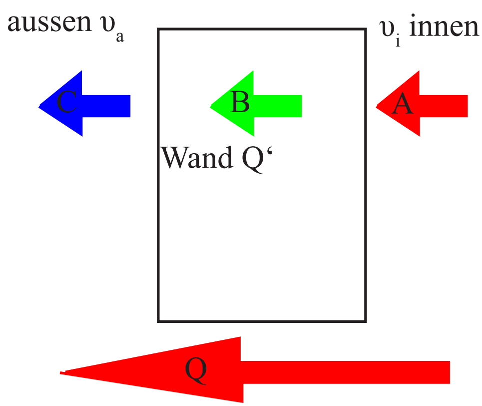
$$\Delta S = S_K - S_W$$

$$S = \frac{Q}{T} \qquad \left(\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{T}}\right)_{Empfänger} \geq \left(\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{T}}\right)_{Quelle}$$

Wärmetransport:

Wärmeleitung : Molekularschwingung
Wärmeströmung : Konvektion
Wärmestrahlung : Strahlung

Wärmedurchgang:



$$\Phi = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \quad Q' \quad = \quad -\frac{\lambda * A}{l} * (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

$Ursache: \quad \Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$

$Wirkung: \quad Q'$

Proportionalitätskonstante: $K = \dfrac{\lambda * A}{l}$

$Q' = U * A * (\vartheta_i - \vartheta_a)$

$U = Leitwert$

$Q' = \dfrac{Watt}{s}$

Wäremestrom=Wärmeleitwert mal Fläche mal Temperaturdifferenz

A : Wärmeübergang Innenluft $\rightarrow$ innere Wandoberfläche

Raumtemperatur ϑ_i ; Wärmeübergangskoiffizient innen h_i

B : Wärmedurchlass innere Wandoberfläche $\rightarrow$ äussere Wandoberfläche

Dicke d und Wärmeleitfähigkeit λ der Schichten der Wand (Wärmeleitung)

C : Wärmeübergang äussere Wandoberfläche $\rightarrow$ Aussenluft

Aussentemperatur ϑ_a ; Wärmeübergangskoiffizient aussen h_a

Wärmedurchlass:

$Q' = \Lambda * A * \Delta\vartheta$

$q' = \Lambda * \Delta\vartheta$ | ist schon auf A

$\Lambda = \dfrac{\lambda}{d}$ $[Wm^{-2}K^{-1}]$

Λ: Wärmestrom in Watt, der durch $1m^2$ einer Schicht d fliesst, wenn die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ der Oberfläche 1 K beträgt.

Q': Wärmeleistung, die durch die Wand der Fläche A fliesst [W]

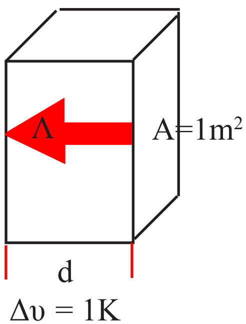
A : Fläche der Wand $[m^2]$

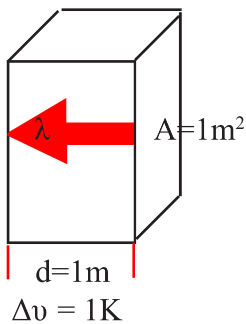
d : Dicke ser Wand [m]

$\Delta\vartheta$: Differenz der Oberflächentemperatur $(\vartheta_{oi} - \vartheta_{oa})$ der Wand

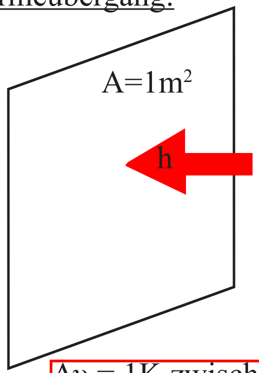
λ : Wärmeleitfähigkeit, Materialkonstante $[Wm^{-1}K^{-1}]$

Wärmestrom in Watt, der durch $1m^2$ einer 1 m dicken Schicht fliest, wenn die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ der Oberfläche 1 K beträgt.





Wärmeübergang:



Δυ = 1K zwischen Luft und Oberfläche

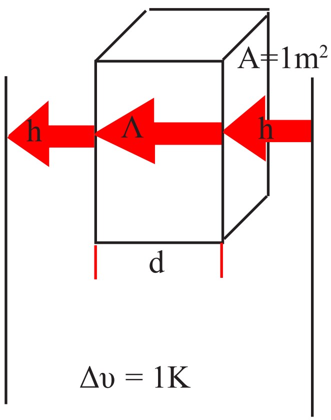
$Q' = h * A * \Delta\vartheta$

h ca. $8 Wm^{-2} K^{-1}$

h : Wärmestrom in Watt, der von der Luft auf $1m^2$ Oberfläche fliesst, wenn die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen Oberfläche und Luft 1 K beträgt.

Q' : Wärmeleistung, die von der Luft auf der Oberfläche A überströmt (oder umgekehrt) [W]

Wärmedurchgang:



$Q' = U * A * \Delta\vartheta$

U : Wärmeübergangskoiffizient $[Wm^{-2} K^{-1}]$

Wärmestrom in Watt, der durch $1m^2$ eines Bauteils fliesst, wenn die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ der angrenzenden Luftschichten 1K beträgt.

$q' = \Lambda * \Delta\vartheta$	$\left[\mathrm{Wm}^{-2}\right]$	Wärmedurchlass
$q' = h * \Delta\vartheta$	$\left[\mathrm{Wm}^{-2}\right]$	Wärmeübergang
$q' = U * \Delta\vartheta$	$\left[\mathrm{Wm}^{-2}\right]$	Wärmedurchgang

Wärmedurchlassleitwert L $= \dfrac{\lambda}{d}$ $\qquad R = \dfrac{d}{\lambda * A}$

Wärmeübergangsleitwert $h =$ $\qquad R = \dfrac{1}{h} = \dfrac{1}{h * A}$

Wärmedurchgangsleitwert U = $\qquad R\dfrac{1}{U} = \dfrac{1}{U * A}$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_a}$$

$$\mathrm{D}T_{tot} = \mathrm{D}T_i + \mathrm{D}T_1 + \mathrm{D}T_2 + \mathrm{D}T_3 + \mathrm{D}T_a$$

$T' = -k * (T - T_u)$

$T(t) = T_u - (T_u - T_A) * e^{-k*t}$

$k(Wärmeübergang) = \dfrac{h * A}{c * m}$

T_u = Umgebungstemperatur

T_A = Anfangstemperatur Körper

h = Wärmeübergangskoiffizient

A = Oberfläche des Körpers

m = Masse des Körpers

c = spezifische Wärme des Körpers

<u>Auskühlung:</u>

$Q' = -m * c * \mathrm{D}T'$

$T' = -\dfrac{h * A}{m * c} * (T - T_u)$

$t_{auskühl} = 5 * \tau = 5 * \dfrac{1}{k} = 5 * \dfrac{m * c}{h * A}$

$\vartheta(t) = \vartheta_0 + (\vartheta_0 - \vartheta_{ende}) * e^{-\frac{t}{\tau}}$

bei Strahlung:

$h = h_{konvektion} + h_{Strahlung}$

$Q' = h_{Strahlung} * A * (T - T_U)$

$Q' = \sigma * \varepsilon * A * (T^4 - T_U{}^4)$

$h(T) = \sigma * \varepsilon * (T^2 + T_U{}^2) * (T + T_U)$

$\sigma = 5{,}671 * 10^{-8}\, Wm^{-2} K^{-4}$

ε = Emissionsgrad

Wärmestrahlung, das Plancksche Strahlungsgesetz (INFRAROT STRAHLUNG):

$Q' = \sigma * \varepsilon * A * T^4$

$E_{Photon} = h * f$

$c = \lambda * f$

$h = 4,41 * 10^{-15} eVs$ $\quad$ $1eVs = 1,6 * 10^{-19} Joul$

$\lambda = Wellenlänge$

$c = 3 * 10^8$ Lichtgeschwindigkeit

$\sigma = 5,671 * 10^{-8} Wm^{-2} K^{-4}$

$\varepsilon = Emissionsgrad$

$A = Oberfläche$

$T = Temperatur\ in\ Kelvin$

Grundgesetz der Temperaturstrahlung:

$$i_\lambda(T,\lambda) = \frac{c_1}{\lambda^5 * (e^{\frac{c_2}{\lambda * T}} - 1)}$$

i_λ = Wärmestromdichte je Wellenlängeneinheit

$c_1 = 2 * \pi * c^2 * h = \quad 3,741 * 10^{-16}$ Wm^2

$c_2 = \frac{c * h}{k} = \quad 1,438 * 10^{-2}$ Km

$c = 3 * 10^8 ms^{-1}$

h=6,625$*10^{-34} Js = 4,14 * 10^{-15} eVs$

$k = 1,38 * 10^{-23} JK^{-1}$

$\sigma = 5,67 * 10^{-8} Wm^{-2} K^{-4}$

$$\lambda_{\max} = \frac{2898}{T} \mu m$$

$q'(t) = \varepsilon * \sigma * T^4 \quad [Wm^{-2}]$

Strahlungsaustausch zwischen Körpern:

$$Q' = \sigma * F_{1,2} * A * (T_1^4 - T_2^4)$$

$$F_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} * \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$$

$T_1 = Abstrahlwärme$

Wenn Himmel, oder unendliche Fläche A=1

Wenn Verhältnis A_1 viel kleiner als A_2, dann $F_{1,2} = \varepsilon$

Allgemeines:

T in Kelvin

$-10° = 263K$

$Gewicht = Volumen * Dichte = V * \delta$

$P[Leistung] = Joul\ pro\ Sekunde = Watt = Q'$

$Differenz : Qwarm - Qkalt$ auf Sekunden

$Q' = c_{medium} * masse * \Delta\vartheta$

$W[Arbeit] = Joul = Q$

$$\varepsilon = \frac{Q'}{P} = \frac{Nutzen}{Aufwand} = \frac{Q'ab}{P}$$

$$Q'ab = \frac{Qab}{Zeit}$$

$\Delta L = \alpha * L_0 * \Delta\vartheta$

$\Delta V = 3 * \alpha * V_0 * \Delta\vartheta$

pro Tag : 720kWh

$\varepsilon : 7{,}17$

$$Aufwand = \frac{\frac{720kWh}{24h}}{\varepsilon}$$

$Auskühlung :$

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 + (\vartheta_0 - \vartheta_{ende}) * e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Druck & Gase:

T = Temperatur[K]
P = Druck[pa]
V = Volumen[m^3]
n = anzahl Mole (ein Mol = $6 * 10^{23}$ Teilchen(Losschmitte Zahl))
m_0 = Molmasse = Masse eines Mols
N = anzahl Gasteilchen
R = universelle Gaskonstante $8,31 \frac{\text{Joul}}{\text{mol K}}$
k = Bolzmann Konsatante $1,38 * 10^{-23} \frac{\text{Joul}}{\text{K}}$
m = Masse[kg]

Druck $p = \frac{F}{A}$ Schweredruck $p = r * g * h$ Auftrieb $F_A = g * r_{\text{Flüssigk.}} * V_{\text{Körper}}$
für konstanten Druck : $DW = p * DV$ $P(\text{Leistung}) = p * V$
100'000 Pa = 1 Bar
Archimedes : Die Auftriebskraft ist so gross wie das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit bzw. Gas.
$F_{\text{auftrieb}} = V_{\text{eingetaucht}} * r_{\text{Flüssigkeit}} * g$
$F_g = V_{\text{ganzer Körper}} * r_{\text{Körper}} * g$
Dichte $= \frac{m}{V}$

Volumenänderung bei konstantem Druck p = konstant :

$DV = g * V_0 * DT$ $g = \frac{1}{273.15}$

Allgemeine Zustandsgleichung der Gase :

$$\frac{p_1 * V_1}{T_1} = \frac{p_2 * V_2}{T_2}$$

verschiedene Formen der Gasgleichung :

$p * V = m * R_i * T$ R_i = individuelle Gaskonstante
$P * V = n * R_m * T$ $R_m = 8,31\ \text{Jmol}^{-1} * K^{-1}$
$R_i = \frac{R_m}{M}$ M = Molmasse n = Stoffenge in mol $= \frac{m}{M} = \frac{\text{kg}}{\text{kgkmol}^{-1}}$

Isentropenexponent $k = \frac{c_p}{c_v}$

$W = Q_{zu} - Q_{ab}$

Der erste Hauptsatz der Wärmelehre:

$\Delta U = Q_{1,2} + W_{1,2}$

ΔU = innere Energie

$Q_{1,2}$ = zugeführte Wärme

$W_{1,2}$ = am System geleistete Arbeit

isotherme Expansion, die Arbeit wird vom Sstem abgegeben:

$$W_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} -p * \Delta V = -n * R_m * T * \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad < 0$$

isotherme Kompression, die Arbeit wird vom System aufgeneommen:

$$W_{2,1} = \int_{V_2}^{V_1} -p * \Delta V = -n * R_m * T * \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad > 0$$

isotherme Zustandsänderung Volumenänderungsarbeit:

isotherm: $\Delta T=0 \quad T=\text{konstant}$

$W_{1,2} = -Q_{1,2}$

$$W_{1,2} = \text{Volumenäderungsarbeit} = m * R_i * T * \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = m * R_i * T * \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

isochore Zustandsänderung Wärme zuführen:

isochor: $\Delta V=0 \quad V=\text{konstant}$

$$\frac{p}{T} = \frac{m * R_i}{V}$$

$W_{1,2} = 0 \qquad Q_{1,2} = m * c_v * (T_2 - T_1)$

$U_2 - U_1 = Q_{1,2}$

isobare Zustandsänderung:

$\Delta p = 0 \quad p=\text{konstant}$

$W_{1,2} = p * (V_1 - V_2) \qquad \Delta U=\Delta Q \square \Delta W \qquad U_2 - U_1 = Q_{1,2} + W_{1,2}$

$$\frac{V}{T} = \frac{m * R_i}{p} \qquad Q_{1,2} = p * (V_1 - V_2)$$

$Q_{1,2} = U_2 - U_1 + p * (V_2 - V_1)$

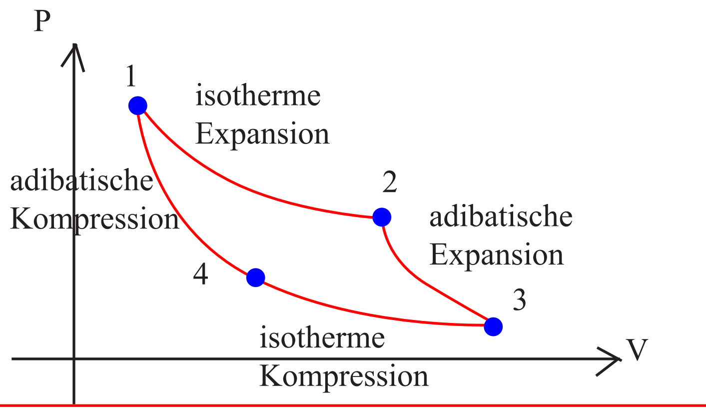
isentrope Zustandsänderung:

$\Delta S=0 \quad S=\text{konstant} \quad (S=\text{Entropie})$

$U_2 - U_1 = W_{1,2}$

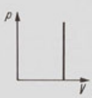
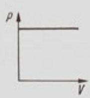
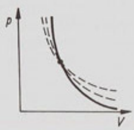
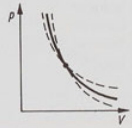
$p * V = m * R_i * T$

W Arbeit, die das Gas bei einer isentropen Entspannung verrichtet
m Masse des Gases
R Gaskonstante
ΔT Temperaturänderung
T1 Anfangstemperatur
T2 Endtemperatur
χ Isentropenexponent cp/cv
p Druck des gases
V Volumen des Gases
n Polytropenexponent



Übersicht über Zustandsänderungen:

adiabatisch
(kein Wärmetausch gegen aussen)

Zustandsänderung:	**isochor**	**isobar**	**isotherm**	**isentrop**	**polytrop**
Bedingung:	$dV = 0$ $\Delta V = 0$ V = konstant	$dp = 0$ $\Delta p = 0$ p = konstant	$dT = 0$ $\Delta T = 0$ T = konstant	$dQ = 0$; $dS = 0$ $\Delta Q = 0$; $\Delta S = 0$ S = konstant	
1. Hauptsatz	$dQ = dU$ $Q = \Delta U$	$dQ + dW = dU$ $Q + W = \Delta U$	$dQ + dW = 0$ $Q + W = 0$	$dW = dU$ $W = \Delta U$	$dQ + dW = dU$ $Q + W = \Delta U$
Beziehungen zwischen p, T, V:	$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2}$ $\frac{p}{T}$ = konstant	$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2}$ $\frac{V}{T}$ = konstant	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$ pV = konstant	$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa}$; $pV^{\varkappa}$ = konstant $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1}$; $TV^{\varkappa-1}$ = konstant $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}$ $T^{\varkappa}p^{1-\varkappa}$ = konstant	$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n}$; pV^{n} = konstant $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1}$; $TV^{n-1} = k$ $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ $T^{n}p^{1-n}$ = konstant
Wärmeenergie:	$dQ = c_V m \, dT$ $Q = c_V m \, \Delta T$	$dQ = c_p m \, dT$ $Q = c_p m \, \Delta T$	$dQ = -dW$ $Q = -W$ $= mRT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$dQ = 0$ $Q = 0$	$dQ = dU - dW$ $= c_V m \frac{n-\varkappa}{n-1} dT$ $Q = c_V m \frac{n-\varkappa}{n-1} \Delta T$
Arbeit:	$dW = 0$ $W = 0$	$dW = -p \, dV$ $W = -p \Delta V$ $= -mR \Delta T$	$dW = -p \, dV$ $W = mRT \ln \frac{V_1}{V_2}$ $= mRT \ln \frac{p_2}{p_1}$ $= pV \ln \frac{V_1}{V_2}$ $= pV \ln \frac{p_2}{p_1}$	$dW = dU = c_V m \, dT$ $= \frac{mR}{\varkappa - 1} dt$ $W = \Delta U = c_V m \Delta T$ $= \frac{mR}{\varkappa - 1} \Delta T$ $= \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{\varkappa - 1}$	$dW = \frac{mR}{n-1} dT$ $W = \frac{mR}{n-1} \Delta T$ $W = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{n-1}$
Änderung der inneren Energie:	$dU = c_V m \, dT$ $\Delta U = c_V m \Delta T$	$dU = c_V m \, dT$ $\Delta U = c_V m \Delta T$	$dU = 0$ $\Delta U = 0$	$dU = c_V m \, dT = W$ $\Delta U = c_V m \Delta T = W$ $= \frac{mR}{\varkappa - 1} \Delta T$	$dU = c_V m \, dT$ $\Delta U = c_V m \Delta T$
Entropieänderung:	$dS = c_V m \frac{dT}{T}$ $= c_V m \frac{dp}{p}$ $\Delta S = c_V m \ln \frac{T_2}{T_1}$ $= c_V m \ln \frac{p_2}{p_1}$	$dS = c_p m \frac{dT}{T}$ $= c_p m \frac{dV}{V}$ $\Delta S = c_p m \ln \frac{T_2}{T_1}$ $= c_p m \ln \frac{V_2}{V_1}$	$dS = mR \frac{dV}{V}$ $= -mR \frac{dp}{p}$ $\Delta S = mR \ln \frac{V_2}{V_1}$ $= mR \ln \frac{p_1}{p_2}$	$dS = 0$ $\Delta S = 0$	$dS = c_V m \frac{\varkappa - n}{n-1} \frac{dT}{T}$ $\Delta S = c_V m \frac{\varkappa - n}{n-1} \ln \frac{T_1}{T_2}$
p, V-Diagramm					

■ Die übrigen Gesetzmäßigkeiten lassen sich aus (W 18.23) herleiten. Sie sind (W 18.18) bis (W 18.22) analog.

Wenn

p_1, T_1, V_1 Druck, Temperatur und Volumen im Anfangszustand 1,
p_2, T_2, V_2 Druck, Temperatur und Volumen im Endzustand 2,
n Polytropenexponent,
W Arbeit, die bei einer polytropen Entspannung frei wird,
m Gasmasse,
R Gaskonstante (→ Tab. 14),

dann gelten

(W 18.24) $$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} \quad \text{oder} \quad TV^{n-1} = \text{konstant}}$$

(W 18.25) $$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \text{oder} \quad T^n p^{1-n} = \text{konstant}}$$

(W 18.26) $$\boxed{\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n} \quad \text{oder} \quad pV^n = \text{konstant}}$$

und für die bei einer polytropen Entspannung vom Gas verrichtete Arbeit

(W 18.27) $$\boxed{W = \frac{mR}{n-1} \Delta T}$$

	W	m	R	n	T
SI	J	kg	$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	–	K

Zweiter Hautsatz der Wärmelehre:

Es gibt keine Maschine, die Wärmeenergie aus einem Wärmereservoir und mit Hilfe eines Kreisprozesses in Arbeit umwandelt, ohne dass ein zweites Wärmereservoir mit tieferer Temperatur vorhanden ist, an das die Maschine Wärme abgibt.

Zustand 1 $\rightarrow$ Zustand 2:

Wärmekontakt mit Teservoir T_W

isotherme Expansion bei T_W von V_1 auf V_2

Abgegebene Arbeit = zugeführte Wärme

$$W_{1,2} = -m * R * T_W * \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$W_{1,2} < 0, \quad Q_{1,2} > 0$$

Zustand 2 $\rightarrow$ Zustand 3:

kein Wärmekontakt (Wärmeisolation)

adiabatische Expansion von V_2 auf V_3

$$T_W \rightarrow T_K \qquad Q_{2,1} = 0$$

abgegebene Arbeit: $(T_K < T_W)$

$$W_{2,3} = m * c_v * (T_K - T_W) < 0$$

Zustand 3 $\rightarrow$ Zustand 4:

Wärmekontakt mit Reservoir T_K

isotherme Kompression bei T_K von V_3 auf V_4

zugeführte Arbeit= abgegebene Wärme

$$W_{3,4} = m * R * T_K * \ln\frac{V_3}{V_4} = -Q_{3,4}$$

$$W_{3,4} > 0, \quad Q_{3,4} < 0$$

Zustand 4 $\rightarrow$ Zustand 1:

kein Wärmekontakt (Wärmeisolation)

adiabatische Kompression von V_4 auf V_1

$$T_K \rightarrow T_W \qquad Q_{4,1} = 0$$

zugeführte Arbeit:

$$W_{4,1} = m * c_v * (T_W - T_K) > 0$$

Arbeit W oder Q in Joul

Leistung P oder Q' in Watt

Arbeit $W = Q_{zu} - Q_{ab}$

kinetische Leistung W in minus

Gasgleichung:

$$p * V = m * R_i * T$$

Wärmekraftmaschine Carnot:

$$\eta = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{Q_w - Q_k}{Q_W} = \frac{T_w - T_k}{T_w} = \frac{W}{Q_w}$$

Wärmepumpe:

$$\eta = \varepsilon = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{Q_w}{Q_w - Q_k} = \frac{Q_w}{W}$$

Kältepumpe Kühlschrank:

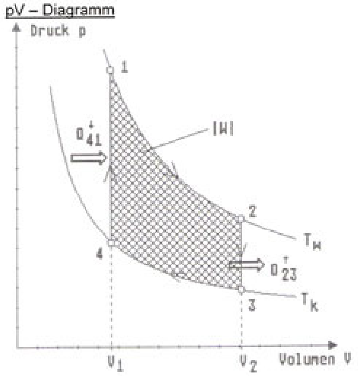
$$\eta = \varepsilon = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{Q_k}{Q_w - Q_k} = \frac{T_k}{T_w - T_k} = \frac{Q_{auf}}{W}$$

Wärememaschine:

$$\eta = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{W}{Q_{zu}} = \frac{Q_{zu} - Q_{ab}}{Q_{zu}}$$

Keine zwischen zwei Temperaturen Tw und Tk arbeitende zyklische Maschine hat einen besseren Wirkungsgrad als die Carnot - Maschine.

$$\eta \le \eta_c = \frac{T_w - T_k}{T_w} = 1 - \frac{T_k}{T_w}$$



Wirkungsgrad:

Voraussetzung: Q_{23} wird Zwischengespeichert und als Q_{41} wieder verwendet.

$$\eta = \frac{\text{gewonnene Arbeit}}{\text{gebrauchte Arbeit}}$$

$$= \frac{W_{ab}}{Q_{zu}} = \frac{|W_{12}| - |W_{34}|}{Q_{12}}$$

$$= \frac{mR \cdot \ln\frac{V_2}{V_1} \cdot (T_w - T_k)}{mRT_w \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}}$$

$$= \frac{T_w - T_k}{T_w}$$

$$= 1 - \frac{T_k}{T_w} = \eta_c$$

isotherme Expansion

$W_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} -p\,dV = -n R_m T \ln \frac{V_2}{V_1} < 0$

↳ Arbeit wird vom System abgegeben

isotherme Kompression

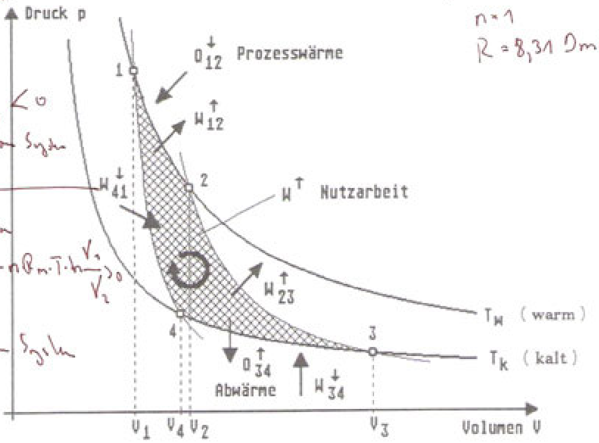
$W_{2,1} = \int_{V_2}^{V_1} -p\,dV = -n R_m T \ln \frac{V_1}{V_2} > 0$

⇒ Arbeit wird vom System aufgenommen

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$n = 1$

$R = 8{,}31\ \mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$



Überblick

Prozess	1 → 2 isotherme Expansion Wärmereservoir T_w	2 → 3 adiabatische Expansion Wärmeisolation	3 → 4 isotherme Kompression Wärmereservoir T_k	4 → 1 adiabatische Kompression Wärmeisolation
Volumen	$V_1 \rightarrow V_2$	$V_2 \rightarrow V_3$	$V_3 \rightarrow V_4$	$V_4 \rightarrow V_1$
Temperatur	T_w = konstant	$T_w \rightarrow T_k$	T_k = konstant	$T_k \rightarrow T_w$
innere Energie $U = m\,c_v\,T$ $\Delta U = U_j - U_i$	$U_1 = m\,c_v\,T_w$ $U_2 = U_1$ $\Delta U = 0$	$U_2 = m\,c_v\,T_w$ $U_3 = m\,c_v\,T_k$ $\Delta U = m\,c_v(T_k - T_w)$	$U_3 = m\,c_v\,T_k$ $U_4 = U_3$ $\Delta U = 0$	$U_4 = m\,c_v\,T_k$ $U_1 = m\,c_v\,T_w$ $\Delta U = m\,c_v(T_w - T_k)$
Arbeit $W_{ij} = -\int_{V_i}^{V_j} p\,dV$	$W_{12} = -m\,R\,T_w \ln \frac{V_2}{V_1}$	$W_{23} = \Delta U = m\,c_v(T_k - T_w)$	$W_{34} = m\,R\,T_k \ln \frac{V_3}{V_4}$	$W_{41} = \Delta U = m\,c_v(T_w - T_k)$
Wärme $Q_{ij} = \Delta U - W_{ij}$	$Q_{12} = -W_{12} = m\,R\,T_w \ln \frac{V_2}{V_1}$	$Q_{23} = 0$	$Q_{34} = -W_{34} = m\,R\,T_k \ln \frac{V_3}{V_4}$	$Q_{41} = 0$

Energiebilanz :

Nutzarbeit pro Zyklus $W_{nutz} = W_{1,2} + W_{2,3} + W_{3,4} + W_{4,1}$ **= Fläche im p-V Diagramm**

$$W_{2,3} = -W_{4,1} \rightarrow W_{NutzCarnot} = W_{1,2} + W_{3,4}$$
$$Q_{zu} = Q_{1,2} = -W_{1,2} \quad Q_{zu} = |Q_{1,2}|$$
$$Q_{ab} = Q_{3,4} = -W_{3,4} \quad Q_{ab} = |Q_{3,4}|$$
$$W_{nutzcarnot} = Q_{zu} - Q_{ab}$$

Wirkungsgrad :

$$\eta = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}} = \frac{Q_{zu} - Q_{ab}}{Q_{zu}}$$

Isochore Erwärmung:
(Kolben fest)

$$V = \text{Konstant}$$
$$\Delta U = \Delta q \downarrow + 0 = m * c_v * \Delta T$$
$$\Delta U = U_{ende} - U_{anfang} = N * \frac{f}{2} * k * \Delta T$$
$$\Delta U = \Delta Q \downarrow + \Delta W \downarrow$$
$$\Delta Q \downarrow = m * c_v * \Delta T = \Delta Q \downarrow + \Delta W \downarrow$$
$$C_v = \frac{f * k}{2 * \mu} = \frac{f * k * L}{2 * M_0} = \frac{f * R}{2 * M_0}$$
$$C_v = \text{molare Wärmekapazität}$$
$$C_v = c_v * M_0 = \frac{f * R}{2}$$
$$\Delta Q \downarrow > 0$$
$$\Delta W \downarrow > 0$$

isobare Erwärmung:
(Kolben frei)

$$C_p > C_v$$
$$P = \text{Konstant}$$
$$\Delta U = \Delta q \downarrow + 0 = m * c_p * \Delta T$$
$$c_p = \frac{\Delta Q}{m * \Delta T}$$
$$\Delta U = \Delta Q \downarrow - \Delta W \uparrow$$
$$\Delta U = m * c_v * \Delta T$$
$$\Delta Q \downarrow = m * c_p * \Delta T$$
$$\Delta W = p * \Delta V$$
$$C_p = C_v + \frac{R}{M_0}$$
$$M_0 * c_p = c_v * M_0 + R$$
$$C_p = M_0 * c_p$$
$$C_v = c_v * M_0 + R$$
$$C_p - C_v = R$$
$$\Delta Q \uparrow < 0$$
$$\Delta W \uparrow < 0$$

Volmenarbeit am / vom Gas:

$$ds = \text{Kolbendistanz}$$
$$dW = F * ds$$
$$dW = p * A * ds$$
$$dV = A * ds$$
$$dW \downarrow = -p * dV \qquad > 0$$
$$dW \uparrow = -p * dV \qquad < 0$$
$$W_{1,2} \downarrow = -\int_{V1}^{V2} p(V) * dV$$
$$W_{1,2} \uparrow = -\int_{V1}^{V2} p(V) * dV$$

$$\overline{E_{kin}} = \frac{f}{2} * k * T$$
$$f = \text{Freiheitsgrad}$$
$$f = 3 \qquad 1 - \text{atomig(Edelgase)}$$
$$f = 5 \qquad 2 - \text{atomig(Elementgase)}$$
$$f = 6 \qquad 3 - \text{3 und mehr atomig}(CO_2)$$

Adiabatengleichung:

$\mathbf{adiabatisch} \Leftrightarrow \Delta Q = 0$ **kein Wärmetausch gegen aussen!**

$$dU = dW \downarrow + \left(\frac{dQ}{0}\right)$$

$\rightarrow$ **Integrieren**

$\rightarrow$ **Adiabatengleichung:** $p * V^k = \text{konstant}$

$$k = \text{Adiabatenkoeffizient} = \frac{C_p}{C_v}$$

$$p * V^k = p_2 * V_2^{\,k}$$

$$T * V^{k-1} = \text{konstant}$$

$$\eta(\text{Wirkungsgrad}) = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{\Delta W \uparrow}{\Delta Q_1}$$

$1 -> 2$

$$\Delta U = \Delta Q_{1,2} \downarrow + \Delta W_{1,2} \uparrow$$

innere Energie U eines Gases:

(Summe aller Energien in einem System-makroskopische Energie)

$$U = N * \frac{\mu * \overline{v}^2}{2}$$

$$U = N * \overline{E_{kin}}$$

Dalton: Partialdruck:

$$P = \sum p_i$$

Divergenz div (Volumen drchgescannt $\lim_{v \circledR ¥}$, hat Raum Quellen oder Senken): $\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial z}$

Gradient grad (Richtung der grössten Änderung): $\begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix}$

Rotation rot (Fläche zu $\lim_{A \circledR 0}$): $\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_z}{\partial y} - \frac{\partial f_y}{\partial z} \\ \frac{\partial f_x}{\partial z} - \frac{\partial f_z}{\partial x} \\ \frac{\partial f_y}{\partial x} - \frac{\partial f_x}{\partial y} \end{pmatrix}$

Maxwell-Gleichungen in Integral-Form:

$\oint \vec{D} \circ \overrightarrow{dA} = 0$ $\qquad$ $\oint \vec{B} \circ \overrightarrow{dA} = 0$

$$\int \vec{H} \circ \overrightarrow{ds} = \int \left(\vec{s} + \frac{\overrightarrow{dD}}{dt} \right) * \overrightarrow{dA}$$

$$U_{ind} = \frac{d}{dt} * \int \vec{B} \circ \overrightarrow{dA}$$

$$U_{ind} = -\int \vec{E} \circ \overrightarrow{ds} = \frac{dF}{dt} \qquad (\text{Quelle})$$

$$\vec{E} = r * \vec{S}$$

$$\int \vec{E} \circ \overrightarrow{ds} = \int \left(-\frac{\overrightarrow{dB}}{dt} \right) * \overrightarrow{dA}$$

Maxwell-Gleichungen in Differential-Form:

$\mathrm{div}\ \vec{D} = r$ $\qquad$ $\mathrm{div}\ \vec{B} = 0$

$$\mathrm{rot}\ \vec{H} = \vec{S} + \frac{d\vec{D}}{dt}$$

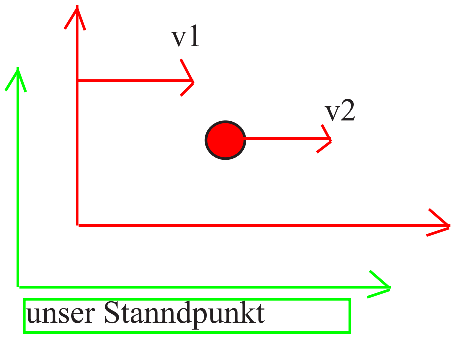
$$\mathrm{rot}\ \vec{E} = \frac{-d\vec{B}}{dt}$$

$\vec{B} = m_0 * m_r * \vec{H}$ $\qquad$ $\vec{E} = e_0 * e_r * \vec{E}$

$$\vec{E}_0 = \vec{v} * \vec{B}_0$$

$$\vec{B}_0 = \vec{E}_0 * \vec{v} * m_0 * e_0$$

Relativitäts-Theorie:



von uns wahrgenommene Geschindigkeit:

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2}{1 + \frac{\mathbf{v}_1 * \mathbf{v}_2}{\mathbf{c}^2}}$$

von uns wahrgenommene Masse:

$$\mathbf{m} = \frac{\text{von uns wahrgenommene Masse}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{\mathbf{c}^2}}}$$

Relativitätstheroie:

Faktor bei Raumschrumpfung auf die Länge zur Bewegung:

$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ **v ist dei Geschwindigkeit relativ zu unserem Standpunkt**

relative Länge = Faktor * von uns wahrgenommene Länge

Faktor für die Zeitverkürzung:

$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ **v ist dei Geschwindigkeit relativ zu unserem Standpunkt**

$$\text{relative Zeit} = \frac{\text{von uns wahrgenommene Zeit}}{\text{Faktor}}$$

$E = m * c^2$ **bei bewegten Massen:** $E = m * c^2 + \text{Bewegungsenergie}$

Akkustik

$c = \text{Schallgeschwindigkeit in Gasen} \quad [ms^{-1}] \quad (\text{Luft ca. } 340ms^{-1})$

$\kappa = \text{Adiabatenexponent}$

$T = \text{Gastemperatur} \quad [K]$

$R = \text{Gaskonstante}$

$p = \text{Gasdruck} \quad [Pa]$

$\rho = \text{Gasdichte} \quad [kgm^{-3}] \quad (\text{Luftdichte ca. } 1.2 \text{ kgm}^{-3})$

Schallausbreitung in Gasen:

$$\rho = \frac{p}{R*T} \qquad \kappa = \frac{c_p}{c_v} \qquad c = \sqrt{\frac{\kappa * p}{\rho}} = \sqrt{\kappa * R * T}$$

Messung des Schalldrucks:

$p_0 = \text{Amplitude d.h maximale Luftdruckschwankung}$

$p_{eff} = \text{Quadratischer Mittelwert, er ist ein Mass für die im Signal enthaltene Energie}$

$$p(t) = p_{athmosphäre} + p_0 * \sin(2 * \pi * f * t) \quad \text{mit } f = \frac{1}{T}$$

$$p_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} * \int_0^T p^2(t) * dt} = \frac{p_0}{\sqrt{2}}$$

Schallpegelmessungen:

$Z = \text{akkustischer Widerstand} \quad [kgm^{-3}]$

$p = \text{Schalldruck} \quad [Pa]$

$I = \text{Schallintensität} \quad [Wm^{-2}]$ Hörgrenze $I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}$ $\quad I_{Schmerz} = 1Wm^{-2}$

$L = \text{Schallpegel} \quad [dB]$

$$I = \frac{p^2}{Z}$$

$$Z = \rho * c$$

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$$

$$L = 10 * \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 20 * \log\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

Bei mehreren Lärm□udlen:

$$L_{gesamt} = 10 * \log\left(\frac{I_{gesamt}}{I_0}\right) = 10 * \log\left(\sum_{i=1}^{n} 10^{0,1*L_i}\right)$$

bei n gleichen Quellen:

$$L_{gesamt} = 10 * \log(n * 10^{0,1*L})$$

Ausbreitungsgesetz des freien Schallfeldes:

$$\text{Intensität} = \frac{\text{Leistung}}{\text{Fläche}}; \quad I = \frac{P}{A} \quad [Wm^{-2}]$$

$$\text{Schalldämm Mass } R = L_{\text{vor Wand}} - L_{\text{nach Wand}} = 10 * \log\left(\frac{I_{\text{aussen}}}{I_{\text{innen}}}\right)$$

r = Schallreflexionsfaktor ohne Einheit

p_{0ref} = Druckamplitude der reflektierten Welle

p_{0ein} = Druckamplitude der einfallenden Welle

Z_1, Z_2 = Schallwiderstände (Schallimpedanz) der beiden Medien

ρ = Schallreflextionsgrad

$$r = \frac{P_{0ref}}{p_{0ein}} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$\rho = \frac{I_{\text{reflektiert}}}{I_{\text{ein}}} = \frac{p^2{}_{0ref}}{p^2{}_{0ein}} = r^2$$

Eingangsfrequenz : Resonanz f_0

m_1', m_2' = Flächenbezogene Massen der Schalen (Wände links + rechts vom Schalldämmer)

s' = Dynamische Steifigkeit der Dämmschicht

E_d = Dynamischer Elastizitätsmodul der Dämmschicht

d = Dicke der Dämmschicht

$$f_0 = \frac{1}{2 * \pi} * \sqrt{s' * \left(\frac{1}{m_1'} + \frac{1}{m_2'}\right)} \quad \text{mit} \quad s' = \frac{E_d}{d} \quad \text{und} \quad m_1', m_2' = \rho(\text{Dichte}) * d(\text{Dicke})$$

□ei mehreren Schalen $m_1' = m'_{Mat1} + m'_{Mat2} + □□□$

Bei Schallauslöschung:

$\Delta d = n * \lambda \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad d = \text{Distanz}$

$\Delta d = d_2 - d_1$

$$\frac{\lambda}{2} = \Delta d$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Photoeffekt:

$W_{kin_{Max}} = h*f - W_A$

$W_A = h*f_G$

$W_a = \text{Austrittsarbeit}$

$h*f = \text{Photonenenergie}$

$W_{kin_{Max}} = e*U_G$

$W_{kin_{Max}} = \frac{m}{2}*v^2 = e*U_G$

Achtung: für Geschwindigkeit mit Joul rechnen (SI-Einheit)

$\lambda = \text{Wellenlänge in Meter}$

$W_{pot} = q*U$

$c = \lambda * f$

$W_{Photon} = h*f = m*c^2$

$h = 4.14*10^{-15}\,eVs = 6.63228*10^{-34}\,\text{Joul}$

$c = 3*10^8\,ms^{-1}$

$\boxed{\text{Grenzfrequenz } f_G = \frac{c}{f} \quad \text{(in Meter)}}$

Tröpfchen Modell für den Radius von Nukleonen:
(Protonen und Neutronen):

$R=r*A^{\frac{1}{3}}$ **R=Atomradius r=Nukleonenradius**
A=Anzahl Nukleonen

Kreisbewegung:

Drehwinkel j (Weg s)

Umlaufdauer $T = \frac{1}{f}$

Kreisfrequenz $w = 2 * p * f = \frac{2 * p}{T}$

Drehfrequenz $f = \frac{\text{Umdrehungen}}{\text{Sekunden}} = \frac{1}{s} = \text{Hertz}$

Winkelgeschwindigkeit w (Geschwindigkeit v)

Winkelbeschleunigung a (Beschleunigung a)

zurückgelegter Winkel j

Bei Dreharbeit:

$\omega = 2 * \pi * (\text{Anzahl Drehungen})$

$M(\text{Drehmoment}) = F * \text{Radius}$

$P(\text{Leistung}) = M * \omega$

$w = \frac{Dj}{Dt} = j'$

$v = \frac{Ds}{Dt} = s'$

$j = \int_{t_1}^{t_2} w * dt$

$s = \int_{t_1}^{t_2} v * dt$

gleichförmige Drehbewegung (w konstant):

$j = w * t$

$s = v * t$

Winkelbeschleunigung:

$a = \frac{Dw}{Dt} = w' = j''$

$a = \frac{Dv}{Dt} = v' = s''$

Winkelgeschwindigkeit w:

$w = \int_{t_1}^{t_2} a * dt$

$v = \int_{t_1}^{t_2} a * dt$

Gleichmässig beschleunigte Drehbewegung (a konstant):

$w = a * t$

$v = a * t$

$j = \frac{a * t^2}{2}$

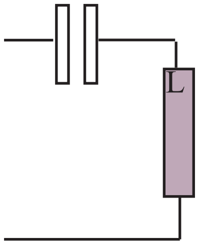
$s = \frac{a * t^2}{2}$

sonstiges:

$a = \frac{v^2}{r} = w^2 * r$

$F = \frac{m * v^2}{r} = m * a_z$

$s(\text{Kreisstrecke}) = r * \varphi(\text{Winkel in Rad})$



wenn Kraft proportional zu Weg
-> harmnische Schwingung
Harmonische Schwingng = sin()

$$U_C = U_L$$

$$\frac{1}{C} * Q = -L * i' \qquad |\frac{d}{dt}$$

$$\frac{1}{C} * Q' = -L * i'' \qquad |i=Q'$$

$$\frac{1}{C} * i = -L * i''$$

$$i'' + \frac{1}{L*C} * i = 0 \qquad -> \qquad y'' + \omega^2 * y = 0$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L*C} \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{L*C}}$$

$$i(t) = i_0 * \sin\left(\omega * t + \delta_0\right)$$

Wichtig: entweder τ oder ω, nie beides!!!

Stationärer Fluss, Die Änderungsrate y' einer Grösse y ist konstant:
$y' = \text{konstant}$
Beispiel:
freier Fall ohne Luftwiderstand $y' = g$
Wärmedurchgang $Q' = k * A * \Delta\upsilon$

natürliches Wachstum, Die Änderungsrate y' ist proportional zur Grösse y:
abklingendes e $\rightarrow$ **Zerfall**
ansteigendes e $\rightarrow$ **Wachstum**

$y' = k * y$ **charakteristische Zeit** $\tau = \frac{1}{|k|}$

Beispiele:
Radioaktver Zerfall $N' = -\lambda * N$
Entladen Kondensator $Q' = -\frac{1}{R*C} * Q$

beschränktes Wachstum, Die Änderungsrate y' ist proportional zur Differenz G-y:
$y' = k * (G - y)$
G Grenze für y d.h, $y_{max} = G$
charakteristische Zeit $\tau = \frac{1}{k}$ **Sättigung bei 5*τ**
$y(5 * \tau) = y_{max}$
Beispiele:
Aufladen eines Kondensators $Q' = \frac{1}{R*C} * \left(U_0 * C - Q\right)$

Harmonische Schwingung, wenn F_{res} proportional zu Weg

Harmonische Schwingung:

$$y'' + \omega_0^2 * y = 0$$

$$F_{res} = m * a = -F_{rücktreib} = -D * y$$

$$\omega_0 = 2 * \pi * f = \frac{2 * \pi}{T}$$

die Feder:

$$D = \frac{N}{m} \qquad s = \frac{F}{D} = \frac{m * g}{D}$$

$$W = \frac{F*s}{2} = \frac{D * s^2}{2} \text{(entspricht der Fläche unter dem F-s Diagramm)}$$

$$F = -D * s$$

seriell geschaltete Federn $\frac{1}{D_{gesamt}} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}$

parallel geschlatete Federn $D_{gesamt} = D_1 + D_2$

$$y(t) = A * \sin(\omega_0 * t + \delta_0) \qquad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

nur ω ist für die Schwingungsdauer verantwortlich

Pendel :

sin 0° - 30° ist linear, sin kann weggelassen werden!

Bogenlänge $s = \varphi * r$

Energiebetrachtung bei Schwingung:

A = Amplitude

φ = Anfangswinkel

T = Periodendauer

ϑ = Abklingkonstante oder Abklingkoeffizient

m = Masse

β = Reibungskonstante

D = Federnkonstante

$W_{total} = W_{pot} + W_{kin}$ = konstant zu jedem Zeitp.

$$W_{pot} = \frac{1}{2} * D * y^2$$

$$W_{kin} = \frac{1}{2} * m * v^2$$

$$W_{total} = \frac{1}{2} * D * A^2$$

$$y(t) = A * \sin(\omega_0 * t + \varphi_0) \qquad \text{ev. } \varphi = 0$$

$$v(t) = y'(t) = A * \omega_0 * \cos(\omega_0 * t + \varphi_0)$$

g oder $a = y''(t)$

Maximales s, v, oder a bei sin() = 1 oder cos( ) = 1

Wann Maximales s, v, oder a Ableitung = 0

bei Röhre:

$$m * s'' = -F_R$$

$$\rho * A * l * h'' = -\rho * A * 2 * h * g$$

beim Eisklotz:

$$m * x'' = -seite^2 * x * \rho_{flüssigkeit} * g$$

mit Geschwindigkeit und x_0 :

$$x_0 = \frac{m * g}{D} \qquad \frac{m*v^2}{2} = m * g * h$$

$$v_{aufprall} = \sqrt{2 * g * h}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_{aufprall}}{\omega_0}\right)^2}$$

Bei Spinne:

Fadenpendel

Resonanzfrequenz beim Motor:

$f_{Quelle} < f_{motor} \rightarrow$ keine Resonanz

bei verschiedener Auslenkung (A):

nur v verändert sich

gleichmässig beschleunigt:

$$s = \frac{g * t^2}{2}$$

Mechanische Schwingung:

$$F_{res} = F_{Reibung} + F_{Feder}$$

$$m * a = m * y'' = -\beta * y' - D * y$$

$$m * y'' + \beta * y' + D * y = 0$$

m=Masse
β=Reibungskonstante
D=Federnkonstante

$$y'' + \frac{\beta}{m} * y' + \frac{D}{m} * y = 0$$

Elektrische Schwingung:

$$U_L = U_R + U_C$$

$$-L*i' = R * i + \frac{1}{C} * Q \qquad / \frac{d}{dt} \qquad (i = Q')$$

$$L * i'' + R * i' + \frac{1}{C} * i = 0$$

L=Selbstinduktivität
R=Widerstand
C=Kehrwert der Kapazität

$$i'' + \frac{R}{L} * i + \frac{1}{L * C} * i = 0$$

Differentialgelichung für die gedämpfte Schwingung:

$$y'' + 2 * \vartheta * y' + \omega_0^2 * y = 0$$

$$\vartheta = \frac{\beta}{2 * m} \qquad \omega_0^2 = \frac{D}{m}$$

$$\vartheta = \frac{R}{2 * L} \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{L * C}$$

$$\ln\left(\frac{u_n}{u_{n+1}}\right) = \vartheta * T$$

$\frac{u_n}{u_{n+1}}$ = Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplituden

$$\boxed{s(\text{Kreisstrecke}) = r * \varphi(\text{Winkel in Rad})}$$

$$y(t) = y_0 * e^{-\vartheta * t} * \sin(\omega_0 * t + \varphi_0) \qquad \text{ev} \; \varphi_0 = 0$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \vartheta^2} = \sqrt{\frac{D}{m} - \left(\frac{\beta}{2 * m}\right)^2}$$

$\vartheta < \omega_0$ Schwache Dämfung Schwingfall
$\vartheta > \omega_0$ Starke Dämpfung Kriechfall
$\vartheta = \omega_0$ aperiodischer Grenzfall

$$\text{Dämpfungsgrad} = \frac{\vartheta}{\omega_0}$$

$$\text{Ampitudenabfall} = e^{-\vartheta * t}$$

Fadenpendel :

$$F_R = m * g * \sin(\delta)$$

$$m * \delta'' = -m * g * \sin(\delta)$$

$$\text{Bogenlänge} = r * \delta \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$m * y'' = -m * \frac{g}{r} * y$$

$$y'' + \frac{g}{r} * y = 0$$

Wellen :

$c = \lambda * f$

$c =$ Phasen oder Wellengeschwindigkeit. Geschwindigkeit, mit der sich die Phase (Wellenberg) ausbreitet.
Achtung: c ist nicht mit der Geschwindigkeit der von der Welle erfassten Teilchen zu verwechseln.

$\lambda =$ Wellenlänge Abstand zweier Punkte gleicher Phase(d.h die Punkte müssen gleiche Auslenkung und gleiche Geschwindigkeit haben)

$T =$ Schwingungsdauer für einen Punkt der Welle
in der Zeit T schreitet die Welle um die Strecke λ voran.

$\varphi =$ Phase einer Welle. Beshreibt den Schwingungszustand der Welle an einer bestimmten Stellen

$f =$ Frequenz. Zahl der Schwingungen eines Teilchens in der Zeiteinheit $f = \dfrac{1}{T}$

Quer – oder Tranversalwelle (Schwingung senkrecht zur Ausbreitung)

$$y(x,t) = y_{max} * \sin\left(2 * \pi * \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$$

Längs – oder Longitudianalwelle (Schwingung längs der Ausbreitung)

Es kommt zu Dichte- und Druckschwankungen

Sinusförmige Wellen:

stehende Welle $y = y(t) = y_{max} * \sin\left(\dfrac{2 * \pi * x}{\lambda}\right)$

laufende Welle $y(x,t) = y_{max} * \sin\left(\dfrac{2 * \pi}{\lambda} * (x - v * t)\right)$

im Raum (bei festem t) : $\Delta x = N * \lambda$ N=1 $\Delta x = \lambda$

in der Zeit (bei festem x): $v * \Delta t = N * \lambda$ N=1 $\Delta t = T$

$T = \dfrac{\lambda}{v} = \dfrac{1}{f}$ $v = \lambda * f$

$k =$ Wellenzahl $[m^{-1}] = \dfrac{2 * \pi}{\lambda}$

$\omega =$ Kreisfrequenz $[s^{-1}] = \dfrac{2 * \pi}{T}$

$$y = y_{max} * \sin\left(2 * \pi * \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$$

$y(x,t) = y_{max} * \sin(k * x - \omega * t - \varphi)$ falls Anfangswinkel

transversale Geschwindigkeit $u_y(x,t) = y'(t) = -\omega * y_{max} * \cos(k * x - \omega * t - \varphi)$

$a(x,t) = y''(t) = \omega^2 * y_{max} * \sin(k * x - \omega * t - \varphi)$

Der a Zerfall & Tunneleffekt:

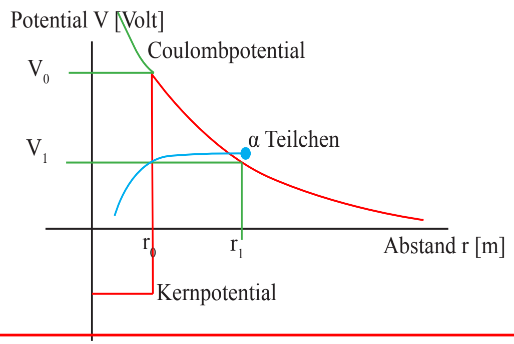
$$\frac{226}{88}\text{Ra} \rightarrow \text{a}\left(\frac{4}{2}\text{He}\right) \rightarrow \frac{222}{86}\text{Rn} \qquad \frac{\text{Protonen}}{\text{Elektronen}}$$

a - Strahlung(a - Zerfall) : ausgesendete a Teilchen (Heliumkerne $\frac{4}{2}$He)

b - Strahlung (b - Zerfall) : beschleunigte Elektronen

g - Strahlung : Röntgenstrahlung

Tunneleffekt:



Tunnelwahrscheinlichkeit :

$$W = e^{-\left(\frac{p*(r_1 - r_0)}{h} * \sqrt{2*m*q(V_0 - V_1)}\right)}$$

m = Masse des a - Quants

r_0 = Kernradius

r_1 = Abstand vom Kern

V_0 = Potential (Volt) bei der Energiebarriere

V_1 = Potential bei r_1

$$\text{Colombpotential } V(r) = \frac{Q}{4 * p * e_0 * r}; \qquad Q = 86e \quad r = r_0$$

$$\boxed{\begin{aligned} W_{kin} &= Q * V(r) \\ V(r) &= \frac{Q}{4 * \pi * \varepsilon_0 * r} \end{aligned}}$$

$$W_{kin} = q * V_1 \rightarrow V_1 = \frac{W_{kin}}{2e}$$

$$l = \text{Zerfallskonstante} = \frac{\ln(2)}{\text{Halbwertszeit T in Sekunden}}$$

Energiebarriere :

$$W_{pot} = 2 * e\left(\text{bei } \frac{4}{2}\text{He}\right) * V(r) = 29\text{MeV}$$

Halbwertszeit in X Jahren, d.h in diesen X Jahren sind die Hälfte der vorhandenen Atomkerne zerfallen.

Der a - Zerfall kann durch folgende Differentialgleichung beschrieben werden :

$$N' = -l * N = N_0 * e^{-l*t}$$

wieviel Prozent nach t Tagen zerfallen : $100\% - \left(100 * e^{-\frac{t}{\text{Halbwertszeit}}}\right)$

wieviel Tage bis noch nur noch 0.01 der Augangssubstanz vorhanden ist $0.01 = e^{-\frac{t}{\text{Halbwertszeit}}}$

nicht zerfallen